VITTORIO EM. III

FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

43a38 c

Armadio VIII

Palchetto

Num.° d' ordine 68

NAZIONALE
B. Prov.
II
365
VITT. EM. III

B.P. II 365

NOUVEAU
TRAITÉ GÉOMÉTRIQUE
DE
L'ARPENTAGE.

59
C09h08

NOUVEAU TRAITÉ GÉOMÉTRIQUE DE L'ARPENTAGE,

A l'usage des personnes qui se destinent à la mesure des terreins et à la levée des plans.

TOME DEUXIÈME,

CONTENANT la Topographie, le Nivèlement, la division des Bois, et le moyen de surmonter les difficultés qui se présentent en opérant sur le terrein;

NOUVELLE ÉDITION,

AUGMENTÉE d'un Appendice à l'usage de la Planchette, et de Tables pour réduire les angles inclinés à l'horizon.

PAR A. LEFÈVRE,

Ingénieur-Géomètre en chef du département d'Ille et Vilaine, Membre de la Société des Sciences et Arts de Rennes.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit.
OVID.

A PARIS,

Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57.

ANNÉE 1806.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

TRAITÉ

DE

L'ARPENTAGE.

QUATRIÈME PARTIE.

Contenant la Topographie, le Nivèlement, le moyen de mettre les bois en coupes réglées, &c.

CHAPITRE PREMIER.

Topographie.

200. On appelle *plan topographique*, la description d'un lieu particulier, comme d'une ville avec ses environs. Ce plan doit être fait de manière qu'on y reconnoisse les rues, places, chemins, ponts, bourgs, villages, rivières, ruisseaux et leurs naissances, moulins-à-vent, fermes, terres la-

bourables, prés, vignes, bois, en un mot, tout ce qui peut se trouver sur la surface d'un pays.

Lorsqu'on veut lever un plan ou une carte topographique, pour placer sur le papier tous les principaux objets d'un pays, tels qu'ils le sont les uns à l'égard des autres sur le terrein, il faut commencer par mesurer une base sur la portion de plaine la plus unie et la mieux disposée pour appercevoir les objets environnans. Cette base placée, autant qu'il est possible, vers le milieu du terrein dont on veut faire le plan, doit être mesurée avec la chaîne, portée bien horizontalement, et pour mieux en assurer l'exactitude, on recommence ordinairement son opération une seconde fois.

Si l'on ne pouvoit trouver de terrein sensiblement de niveau pour établir cette base, il faudroit la réduire à sa longueur horizontale (124), après l'avoir ainsi mesurée.

201. *Observation.* Quand on prend la valeur des angles pour établir le fond d'une carte, il faut avoir l'attention de marquer sur un petit registre, ainsi que sur le canevas, si c'est sur une tour, un clocher, une ferme, &c. que l'alidade est dirigée, afin de

pouvoir se reconnoître soi-même, en observant ces objets de différens endroits.

PROBLÊME PREMIER.

Lever la carte d'un pays ; et déterminer par le calcul, les distances des objets les plus apparens ?

202. Choisissez, dans l'intérieur de ce pays, un terrein sur lequel vous mesurerez exactement une base, la plus longue qu'il sera possible, et dont les extrémités soient placées de manière que vous puissiez découvrir un grand nombre d'objets du terrein proposé à lever.

Supposons que les endroits *A* et *B* réu- Fig. 134.
nissent ces conditions, faites planter une suite de jalons bien alignés sur cette distance, et après avoir mesuré cette base bien exactement, faites mettre des nouveaux jalons ou signaux aux sinuosités des vallons, sur le sommet et au pied des montagnes, &c.

Lorsque cette première opération sera achevée, on établira son graphomètre à l'une des extrémités *A*, par exemple, de la base

mesurée ; on prendra successivement la valeur des angles formés par la base AB et par les objets K, L, M, et l'on écrira au bout de chaque rayon visuel, ainsi que sur le petit registre, le nom de l'objet sur lequel on a dirigé l'alidade mobile ; enfin, on cottera sur ce registre la valeur de chacun de ces angles.

On mettra l'alidade fixe de l'instrument sur le point M, pour prendre l'ouverture de l'angle compris entre M et C, et on écrira la valeur de cet angle à la snite des premiers. Comme le point D est déjà éloigné de l'alignement AM, on dirigera l'alidade fixe de l'instrument sur le point C, pour observer les angles formés par le rayon visuel AC, et par chacun des objets D, R, G, F, H, B, et l'on écrira la valeur de ces angles sur le registre à mesure qu'on opérera.

Tous les principaux points qu'on peut appercevoir de l'endroit A, étant ainsi observés, on fera la somme des plus grands angles obtenus sans changer le diamètre de l'instrument, ou, ce qui revient au même, on fera la somme des plus grands angles formés sur les alignemens fixes, et on verra si elle est égale à quatre angles droits : ainsi, dans

notre exemple, on examinera si les angles *BAM*, *CAM*, *CAB*, font 400 degrés. Si cette somme différoit en plus ou en moins d'un ou de plusieurs degrés, il faudroit, sans hésiter, recommencer l'observation, mais si la différence n'étoit que de quelques minutes, on pourroit s'en tenir à la première opération, en ayant soin d'indiquer la petite différence, qui doit être répartie proportionnellement sur tous les angles.

Après avoir fait cette vérification, on se transportera au point *B*, pour observer les angles formés, 1°. par la base *AB* et par chacun des objets *C*, *D*, *R*, *F*, *G*, *H*; 2°. par le rayon visuel *BH* et par les objets *I* et *K*; 3°. enfin, par le rayon visuel *BK* et les points *L*, *M*, *A*, et à mesure qu'on connoîtra chacun de ces angles, on les écrira sur le registre.

Quand on aura observé, à chaque extrémité de la base, l'ouverture des angles formés par les rayons visuels dirigés sur les objets qu'on a vus de ces endroits, et fait la vérification des angles, on se transportera sur tous les points principaux sur lesquels on a dirigé des rayons, et on y fera, de même qu'aux points *A* et *B*, des observations sur les objets d'alentour, et on écrira la valeur

des angles de la même manière. Par exemple, on pourra choisir le point *H*, dont la position se trouve déterminée par les observations faites en *A* et en *B*; ensuite, on pourra se transporter au point *I*, qu'on a déterminé par la dernière observation, et par celle faite en *B*, et ainsi de suite.

On voit suffisamment comment on doit se conduire, lorsqu'on observe les angles pour parvenir à dresser le fond d'une carte; il ne reste donc plus qu'à indiquer la manière de tenir note de l'opération faite à chaque station.

Il y a des personnes qui écrivent le nombre de degrés et minutes entre les rayons visuels figurés, mais comme cette manière charge singulièrement le canevas, il vaut mieux les écrire sur un registre comme il suit, en ayant égard au *parallélisme* (1), si l'instrument et l'opération l'exigent.

---

(1) Il y a des graphomètres où le parallélisme se rectifie au moyen d'une vis de rappel, ce qui dispense d'y avoir égard. Lorsqu'on n'est point muni d'un tel instrument, et que le parallélisme est au-dessus d'une minute, ce qui n'arrive presque jamais, il faut l'ôter ou l'ajouter aux angles qu'on observe. Il est à ôter quand l'alidade fixe étant dirigée sur un point, on n'apperçoit

Observation faite à l'Epine.

Noms des objets.	Angles observés.	Corrections à faire.
Entre Pouy et — Morte Fontaine....	27° 7′.	
Entre Pouy et — Notre-Dame.....	57 11	
Entre Pouy et — Le Tertre.....	141 12	
Entre le Tertre et Russy..	109 88	
Entre Russy et — Lévigny.....	46 58	
Entre Russy et — Confrécourt.....	84 12	
Entre Russy et — Falaise.....	102 74	
Entre Russy et — Saint-Léger.....	118 76	
Entre Russy et — Vaudeuil.....	120 22	
Entre Russy et — Pouy.....	149 .	
Récapitulation des plus grands angles formés sur les alignemens fixes, ou tour de l'horizon.. 141° 12 . / 109 88 . / 149 . .	400°.	

pas encore ce point avec l'autre alidade, que l'on met sur la ligne de *foi;* et au contraire, il faut l'ajouter lorsqu'elle se trouve trop avancée.

Observation faite à Pouy.

Noms des objets.		Angles observés.	Corrections à faire.
Entre l'Epine et	Russy	17° 22′	» » 9″
	Levigny	33 26	» » 17
	Confrécourt	40 37	» » 20
	Saint-Léger	49 8	» » 25
	Falaise	72 46	» » 36
	Vaudeuil	127 22	» » 64
Entre Vaudeuil et	Le Turrier	67 14	» » 33
	Morte-Fontaine	145 32	» » 72
Entre Morte-Fontaine et	Notre-Dame	91 22	» » 46
	Le Tertre	110 12	» » 55
	L'Epine	127 42	» » 64
Tour de l'horizon	127° 24′ 145 32 127 42	399° 98′	0° 2′ à ajouter.
Observation...&c.			

Fig. 135. 203. Après avoir enregistré toutes ces opérations, on tire sur le papier une droite AB, contenant autant de parties de l'é-

chelle que la base AB contient de fois la mesure dont on s'est servi, et choisissant, par exemple, le point L pour sommet du premier triangle, on fait avec un rapporteur, les angles BAL, ABL, de la grandeur qu'on les voit sur le registre; on forme le triangle ABL, et on écrit sur AB le nombre de mesures que cette ligne contient.

Ce triangle une fois construit, on considérera les côtés AL, BL, comme bases des nouveaux triangles ALM, BLK; ainsi, il ne s'agira que de chercher sur son registre d'observations, la valeur des angles LAM, ALM, pour construire le triangle ALM, et la valeur des angles LBK, BLK, pour avoir le triangle BLK, et ainsi de suite.

A mesure qu'on construit ces triangles sur le papier, on a soin d'écrire les noms des objets qui les forment dans la première colonne d'une nouvelle table, en plaçant à côté de chacun d'eux la valeur de l'angle, corrigé s'il est nécessaire, qu'on y a observé. Voici un modèle de cette table.

Table pour le calcul des principaux triangles d'un canevas de carte.

	Noms des objets.	Angles.	Côtés en perches.
ABL	L'Epine.....	57° 11′ »	*AB* (base) 500 »
	Pouy.....	36 20 18″	*AL*....270, 742
	Notre-Dame..	106 68 82	*BL*....392, 92
		200 » »	
ALM	L'Epine.....	84° 1′ »	*AL*....270, 742
	Notre-Dame..	50 92 »	*AM*....227, 598
	Le Tertre.....	65 7 »	*LM*....307, 364
		200° » »	
BLK	Pouy.....	91° 22′ 46″	*BL*....392, 92
	Notre-Dame..	40 » »	*BK*....261, 81
	Morte-Fontaine.	68 77 54	*LK*....441, 205
		200° » »	&c.

Les trois angles du triangle *ABL* étant connus, par les observations faites aux points *A*, *B*, *L*, ainsi que la base *AB*, qu'on sup-

pose de 500 perches, on trouvera les côtés AL, BL par la règle du n°. 39.

Dans le triangle ALM, on connoît les trois angles qu'on a observés, on connoît aussi le côté AL, qu'on vient de trouver; ainsi, on déterminera la valeur des côtés AM, ML.

Dans le triangle BLK, on connoît les angles observés aux points B, K, L, et par l'opération précédente on a déterminé BL, donc, on aura les côtés BK, KL; et ainsi de suite.

Si l'on se donne la peine de faire les calculs nécessaires, on trouvera les côtés de ces triangles de la valeur qu'on les voit écrits dans la dernière colonne de la table ci-contre, en supposant les angles observés tels qu'ils sont dans cette table.

On peut résoudre le triangle ABM au moyen des observations faites aux points A, B, M, ou seulemeut aux points A et B, si du point M on n'a pu appercevoir le point B, afin de s'assurer de l'exactitude du côté AM, en examinant s'il se trouve de la même longueur dans les deux opérations. On s'assurera, de la même manière, s'il n'y a pas erreur sur le côté BK qu'on peut trouver au moyen du triangle ABK, et ainsi des autres; il

ne faut pas faire cette vérification dans cet exemple, car les angles ne sont que supposés.

204. *Remarques.* Lorsqu'il se trouve des points près de celui où se fait la station, il faut, autant qu'on le pourra, pour éviter la multitude et la confusion des lignes, en mesurer la distance, en partant du point de station ; ainsi on mesurera Bx, By. Fig. 134.

Il faut aussi avoir l'attention, lorsque le plan qu'on lève est considérable, de mesurer plusieurs bases en différens endroits, avec toute la justesse possible, et au moins de deux ou trois cents perches de longueur ; autrement les erreurs presque insensibles qu'on pourroit faire dans les premières opérations, sur la mesure de la base, ou sur l'ouverture des angles, deviendroient considérables si elles étoient négligées, et si on ne retrouvoit pas, après une suite de plusieurs triangles, une autre base pour les corriger.

Le grand usage de ces opérations apprend à éviter ces erreurs, soit en faisant choix des triangles les plus équilatéraux, pris dans un plan sensiblement égal, soit en rejetant les triangles douteux, pour ne prendre que

ceux relativement auxquels on a une entière certitude que la somme de leurs trois angles fait à très-peu-près 200 degrés; je dis à très-peu-près, car, en déterminant les trois angles d'un triangle, d'après le registre d'observation, il arrive presque toujours que leur somme est un peu plus grande ou plus petite que deux angles droits, à cause de la petitesse des divisions de l'instrument et de l'imperfection de notre vue. Dans ce cas, on répartit la petite différence proportionnellement sur les trois angles, et on cherche les côtés d'après ces angles corrigés.

205. Dans la construction des principaux points de cette carte, nous avons supposé qu'il étoit possible de se placer au point où doit être le sommet de l'angle pour observer les signaux placés aux autres angles; cela n'est possible cependant que lorsqu'on se sert de signaux placés sur des hauteurs. Quand on opère dans les édifices, il arrive souvent qu'on ne peut s'établir qu'à une fenêtre; alors, les angles qu'on observe ne sont pas les mêmes que si on étoit placé au centre du lieu d'observation. Il est donc nécessaire de réduire l'angle observé pour le rendre égal à celui qu'il falloit mesurer (134). Sup-

posons, par exemple, que le point *K* étoit un clocher, au centre duquel on n'a pu observer; on tiendra note de l'observation faite à ce point, comme l'indique le modèle suivant.

Observation au point *K*.	Angles		Corrections	
	observés.	réduits.	faites.	à faire.
Première position, entre *L* et *B*.				
Entre *L* et *A*				
F				
B				
Le centre...				
Distance au centre....				
Deuxième position à l'*est*, en dehors de l'alignement *IK*.				
Entre *B* et *H*, ...				
I.				
Le centre..				
Distance au centre. (1)				

(1) Cette disposition pour les réductions, et les réductions elles-mêmes, se simplifient quand on opère

206. Lorsque tous les angles observés sont ainsi enregistrés, on peut les réduire au centre par les règles exposées (134). Nous ne donnons point d'exemples en nombres de ces sortes de réductions, qui ne peuvent avoir aucune difficulté d'après tout ce que nous avons dit sur ces opérations; nous observons seulement que quand on a construit le canevas de ces triangles avec le rapporteur, et qu'on veut réduire au centre les angles dont on a besoin, on a coutume de commencer par les plus grands angles sur les alignemens fixes, et d'écrire leur valeur réduite dans la colonne intitulée *angles réduits*.

Lorsqu'on fait le tour de l'horizon sur différens alignemens fixes, on ajoute ensemble tous ces principaux angles réduits pour voir si leur somme vaut quatre angles droits; s'il y a une petite différence, on la divise en parties proportionnelles à ces angles principaux, et on écrit ces parties dans la colonne des *corrections*, avec les signes + ou —.

---

avec le cercle entier de *Borda*. Alors, une même formule suffit pour toutes les réductions au centre, quelle que soit la place où l'on observe.

Ces premiers calculs finis, on réduit les autres angles dont on a besoin, et on écrit de même leur valeur dans la colonne des *angles réduits.*

Pour résoudre le triangle ABK, il est nécessaire de connoître les trois angles au centre, indépendamment de la base AB. Si les observations faites aux extrémités de la base sont au centre, et si de ces points on a observé la pointe du clocher de Morte-Fontaine, il n'y aura que l'angle observé au point K qu'il faudra réduire ; alors, on voit dans le registre, à la première position de l'observation au point K, qu'il faut soustraire l'angle AKL de l'angle BKL; il faudra donc réduire au centre l'angle AKB.

Si les rayons visuels envoyés sur Morte-Fontaine des points A et B, ont été dirigés sur l'endroit où l'observation du point K a été faite, il faudra ajouter respectivement à chacun des angles en A et en B, celui sous lequel on voit la distance au centre de l'endroit K, et qu'on a soustrait pour réduire l'angle au centre du clocher de Mort e-Fontaine.

Lorsque les angles d'un triangle ont été réduits au centre, il est rare que leur somme soit égale à deux angles droits; mais si la différence

différence est de peu de chose, on se conduira comme au n°. 204 (*voyez* 264).

207. Si l'on étoit forcé d'observer des lieux trop élevés au-dessus de l'horizon pour négliger l'inclinaison, il faudroit encore réduire les angles observés à l'horizon de l'observateur. Par exemple, si les points *D* et *R* sont élevés au-dessus de l'horizon du point *A*, on prendra l'angle d'inclinaison des rayons visuels *AD*, *AR*, afin de pouvoir réduire l'angle *DAR* au plan de l'observateur placé au point *A*.

Pour opérer avec ordre dans ces sortes d'opérations, on écrit ordinairement l'observation faite à chaque station en cette manière :

Observation faite au point A, *au centre.*

	Angles observés.	Rayons visuels inclinés à l'horizon.	Angles réduits au centre et à l'horizon.	Corrections faites.	Corrections à faire.
Entre *Cet*					
D.		*AD* 3° en montant			
R.		*AR* 4° *id.*			
G.		»			
&c.					

208. Pour résoudre le triangle ABD, si les observations ont été faites à la circonférence, on commencera par réduire les trois angles de ce triangle à l'horizon (125), et après avoir réduit ces nouveaux angles au centre (134), on cherchera les côtés de ce triangle au moyen de ces angles réduits et de la base mesurée AB. On opérera de la même manière pour déterminer les parties horizontales du triangle ABR.

Pour résoudre le triangle DAR, on connoît déjà les deux côtés AD, AR, déterminés par les opérations précédentes ; ainsi, la question se réduit à trouver la distance horizontale DR. Or, si de l'angle réduit BAD, on retranche l'angle réduit BAR, le reste sera l'angle DAR, réduit à l'horizon ; au moyen de cet angle et des côtés AD, AR, on calculera la distance DR.

Pour connoître la distance horizontale DC, commencez par déterminer le côté AM et résoudre le triangle ACM ; réduisez l'angle CAD au plan de l'horizon A, et cherchez cette distance DC par la règle ordinaire.

Si l'on réduit à l'horizon les angles en C et en D, que je suppose avoir observés au cen-

tre, on sera dispensé de résoudre le triangle ACM; car dans le triangle ACD on connoîtra les angles avec la distance horizontale AD, déterminée par les opérations précédentes.

En continuant de la même manière, on calculera toutes les distances horizontales des principaux points de la carte qu'on se propose de lever, à l'exception pourtant des lieux D' et D'', supposés tels qu'on n'a pu les appercevoir des points de stations où l'on s'est porté, mais que de ces endroits on a observé quelques-uns de ces points de stations; ce qui ne paroît pas d'abord suffisant pour déterminer la position de ces lieux; car par la seule observation qu'on suppose faite aux points D' et D'', on ne connoît dans chacun des triangles LBD'', LKD''... &c. qu'un côté et un angle opposé. Ces données n'étant point suffisantes pour déterminer les parties inconnues de ces triangles, il faut avoir recours à un autre procédé, dépendant toujours des mêmes principes.

Cette question est la même que celle du n°. 267.

Les figures 172 et 172[1], représentent l'observation faite au point D'; pour savoir si le

point B est intérieur ou extérieur, je compare l'angle observé $BD'H$ à l'angle connu BIH. Si le premier est plus petit que le second, on résoudra le triangle $ID'H$ par le premier cas du n° 267 précité; si, au contraire, il est plus grand, on le résoudra par le second cas.

La figure 172''' représente l'observation faite en D''; ainsi, on calculera les distances nécessaires pour déterminer le point D'' par le quatrième cas du même numéro.

C'est ainsi qu'après avoir levé tous les principaux points d'une carte, on passe à ceux qui n'ont pu être vus ni des stations, ni des extrémités de la base. Ces points sont le plus souvent les sinuosités d'une rivière, les coudes des chemins, et autres objets qui ne sont pas apparens.

Remarque sur le rapport des triangles dont les côtés sont connus par le calcul.

209. Lorsqu'on veut rapporter les principaux points d'une carte sur le papier, il arrive souvent qu'on rencontre de la difficulté à donner à une ligne fort longue autant de parties de l'échelle de la carte qu'on a

trouvé de mesures par le calcul pour son exacte longueur sur le terrein; d'ailleurs, comme, malgré bien des soins, on n'a pas toujours des sections assez nettes, sur-tout quand deux côtés d'un triangle forment un angle de peu d'ouverture, il faut encore moins se servir d'un rapporteur pour construire les angles.

Pour éviter ces inconvéniens, on a imaginé de rapporter la position de chaque point à une ligne droite, qu'on appelle *méridienne* (1), et à une autre ligne perpendiculaire à celle-ci, que l'on nomme *la perpendiculaire.*

---

(1) Ligne tirée du *midi* au *nord.* On peut regarder cette méthode comme une des plus importantes dans la levée des plans d'une grande étendue. *Voyez au* n° 259, comment on observe la direction d'une *méridienne.*

PROBLÈME DEUXIÈME.

Calculer tous les principaux points d'une carte, à l'égard d'une ligne méridienne et de sa perpendiculaire?

210. Pour rapporter les principaux points d'une carte à ces deux lignes, il faut connoître l'angle que fait le côté d'un triangle avec la méridienne.

Si on se sert de la méthode du n° 259 pour observer la direction de la méridienne gh, on mènera à cette ligne (103) une parallèle qui passe par un point connu et déterminé. Si l'on choisit, par exemple, le point B, après avoir tracé la méridienne NS, et observé l'angle que fait un objet déterminé, par exemple, le point A avec cette méridienne, on tracera sur le papier une ligne ns, faisant avec AB un angle égal à celui observé ABS, et du point B, on tirera à angles droits sur la méridienne ns une ligne oe qui sera sa perpendiculaire.

Fig. 135.

Tout ceci bien exécuté, on calculera facilement les distances des principaux points de la carte à ces deux lignes fondamentales, en imaginant par tous ces points des parallèles à

la méridienne ns et à sa perpendiculaire oe; car, 1°. dans le triangle rectangle ABc, on connoît l'hypoténuse AB et l'angle ABc, ce qui suffit pour déterminer les deux côtés Ac, Bc; le premier est la distance du point A à la méridienne du point B, et le second $= Ad$, est la distance du même point à sa perpendiculaire; donc, au moyen de ces deux lignes, on pourra déterminer exactement la position du point A.

2°. Puisqu'on connoît l'angle ABs à la méridienne, l'enregistrement des angles observés autour du point B, fera connoître les angles sBL, sBK, &c. que forment les rayons BL, BK, &c. avec la même méridienne; donc, on pourra résoudre les triangles rectangles BpL, BfK, &c. et fixer la position de tous les points L, K, &c. qui sont autour du point B.

3°. En connoissant l'angle sBA, on connoît aussi son égal nAB, formé par la parallèle ns et par la base AB; par conséquent, en consultant l'observation faite au point A, on connoîtra les angles nAR, nAF, &c. formés par la parallèle $n's'$, et par les rayons AR, AF, &c.; donc, on pourra résoudre les triangles rectangles AgR, AhF, &c.

et déterminer la position des points $R, F,$ &c.

L'angle nAR étant égal à l'angle ARs, formé par AR, et la parallèle passant par le point R, on trouvera tous les angles que font les rayons partant du point R avec cette parallèle, en consultant l'observation faite en R; on pourra donc déterminer les distances Ri, Di, Rk, kG, et fixer la position des points D et G.

On trouvera, par des calculs absolument semblables, les distances Gl, Gm, lQ, mP...&c. qui serviront à fixer la position des points P, Q...&c.

On voit qu'au moyen d'un seul angle observé à la méridienne, on parvient à connoître tous ceux que font les rayons d'une station quelconque avec la parallèle qui passe par ce point, et qu'on peut déterminer les distances des objets qui sont autour d'un point quelconque à la méridienne et à sa perpendiculaire, en consultant les observations qu'on a faites à chacun de ces points, pour y découvrir la valeur des angles formés par la méridienne de ce lieu, et par chacun des rayons visuels connus.

On n'a pas observé les points D' et D'', mais comme on peut calculer les angles

$D''BK$, $D'BH$, au moyen des observations faites à ces points, on connoîtra les angles sBD'', nBD', &c. A mesure qu'on connoît la distance de chaque objet à la méridienne et à sa perpendiculaire, on en forme ordinairement une table dans laquelle on met, 1°. les noms des objets; 2°. les angles réduits et corrigés; 3°. la longueur des côtés; 4°. les angles avec la méridienne et ses parallèles; 5°. les distances à la méridienne; 6°. enfin, les distances à la perpendiculaire. *Voyez l'Encyclopédie méthodique, article* LEVÉE DES PLANS.

Détail des cartes topographiques.

211. Après avoir levé sur le terrein, et placé sur la carte autant de points qu'on en a déterminés, on passe aux objets qui se trouvent entre ces points. Pour y parvenir, après avoir établi des signaux aux différens endroits qu'on veut lever, et poser sur la carte, on ira se placer dans la campagne, à l'endroit où l'on voudra commencer l'opération. Or, cet endroit peut être l'un de ceux dont la position a été observée, ou l'un de ceux dont la position est inconnue.

Fig. 136. 1°. Si l'on choisit, par exemple, l'endroit C, dont on connoît la position, on mesurera l'angle formé par les rayons visuels, qu'on dirigera, l'un au piquet I, et l'autre à quelqu'un des objets dont la position sera connue, par exemple, à l'objet O; on écrira la valeur de cet angle dans l'ouverture ICO, ou sur un registre particulier. On mesurera la distance CI, et on écrira sa valeur le long de cette ligne, ou sur le registre.

Après avoir figuré tout ce qu'on aura trouvé en allant de C en I, on mesurera l'angle CIH, ainsi que la distance IH; on écrira ces mesures comme tout-à-l'heure, et on figurera le chemin IH et ce qu'on y trouvera de part et d'autre.

Etant au point H, on prendra la grandeur de l'angle IHM et la distance HM, qu'on écrira sur le canevas ou sur le registre; on figurera le chemin HM et tout ce qu'on y aura vu en le suivant.

Placez-vous au point M, et prenez la valeur de l'angle HML, mesurez ML, et après avoir coté ces mesures, figurez le chemin ML et tout ce que vous y verrez de part et d'autre.

Prenez ensuite la grandeur de l'angle

MLY, et figurez le *pont LY*, que vous mesurerez; puis, mesurez *YT* et la grandeur de chacun des angles *YTR*, *RTV*; mettez ces valeurs où elles doivent être, et décidez lequel des deux chemins *TV* ou *TR* vous voulez suivre.

Enfin, si vous choisissez le dernier, vous mesurerez la distance *TR*, et après avoir figuré ce chemin avec les objets qui sont de part et d'autre, vous prendrez la valeur de chacun des angles *TRQ*, *TRS*, et vous suivrez, par exemple, la route *RQ* aussi loin qu'il sera nécessaire; vous mesurerez la grandeur des angles qu'elle formera aux endroits où elle se détournera de la ligne droite, ainsi que les distances qu'il y aura entre les différentes stations que vous aurez faites pour mesurer ces angles; vous écrirez respectivement ces valeurs où elles doivent être, et à mesure que vous avancerez sur ce chemin, vous figurerez toutes les différentes choses que vous rencontrerez dans votre route.

Lorsque toutes ces opérations seront achevées, revenez au point *R*, et continuez à opérer de la même manière, pour déterminer les détours du chemin *RS*, &c.

2°. Si, pour commencer ces opérations,

vous avez choisi un endroit dont la position ne vous soit pas encore connue, par exemple, l'endroit H où les chemins HG, HIC se joignent ensemble, vous poserez un graphomètre à cet endroit, et si vous pouvez appercevoir trois points déjà déterminés, par exemple A, B, G, vous aurez la position du point H par la remarque du n°. 267; mais si l'on ne pouvoit en appercevoir que deux, tels que A et G, on mesureroit, la chaîne à la main, si cela étoit possible, la distance de cet endroit H à chacun des objets A et G, ce qui donneroit évidemment la position du même point à l'égard de ces mêmes objets, puisqu'on connoîtroit les trois côtés du triangle AGH.

Si ces distances ne pouvoient être mesurées directement, on les mesureroit comme distances inaccessibles. Une fois le point H déterminé par l'un ou l'autre des procédés ci-dessus, il ne s'agira plus que de chercher la direction du chemin HI, à l'égard de quelqu'un des objets dont la position est connue. Pour cela, vous ferez mettre un piquet à l'endroit I, et vous prendrez, par exemple, l'angle AHI; vous mesurerez ensuite la distance HI, et vous continuerez, comme

dans le premier cas, pour avoir les différentes directions du chemin *HMLTRQ*.

Je crois cet exemple suffisant pour faire voir comment on doit s'y prendre pour connoître la direction de chacun des autres chemins, le sommet et le pied des montagnes, &c. qui n'auroient pas été déterminés, au moyen des observations précédentes, par les positions des objets d'où ils partent, et de ceux auxquels ils vont directement aboutir.

Pour déterminer les sinuosités de la rivière, il est nécessaire de parcourir ses deux rives à l'instrument, afin de mieux exprimer les détours. On peut cependant déterminer de l'un de ses bords autant de points qu'on en veut du côté opposé. (*Voyez la fin du n°.* 213.)

Quand on se pique de mettre de l'exactitude dans son travail, il faut, à mesure qu'un chemin se trouve coupé par des haies ou d'autres chemins, s'arrêter à chacun de ces objets, et figurer leurs naissances sur des rayons qui déterminent leurs directions; en s'arrêtant ainsi aux différens chemins coupés, on a soin de tirer des rayons indéfinis sur les objets éloignés qui se trouvent aux

environs de la station que l'on fait, et on écrit le nom de ces objets sur les rayons qui leur appartiennent, afin d'éviter de prendre un objet pour un autre en déterminant leur position par de nouveaux rayons dirigés des autres stations.

A l'égard des maisons, jardins, terres labourables, prés, bois, &c. qui se trouvent de part et d'autre des chemins et de la rivière, on en lèvera les plans, comme on a enseigné à le faire (136), si les vues qui déterminent à les lever l'exigent, et si le temps que l'on a pour les remplir le permet. Dans toutes ces mesures, il faudra faire attention aux angles inclinés, lorsque l'inclinaison méritera la peine d'être observée, et à ceux dont l'observation ne pourroit point se faire au centre, afin de réduire les angles au centre et à l'horizon, et d'avoir, par ce moyen, un plan dont toutes les parties seront réduites à l'horizon de l'observateur.

212. Il est souvent plus expéditif de lever les détails d'un plan avec la *boussole* qu'avec le graphomètre; mais nous observons qu'il ne faut se servir de cet instrument que dans les opérations qui ne demandent pas une grande précision, parce que la moindre

chose peut faire varier l'aiguille dans sa direction, sans qu'on s'en apperçoive, et parce que, d'ailleurs, l'agitation de cette même aiguille sur son pivot, ne permet presque jamais d'observer les angles à un demi degré près. Néanmoins, pour ne rien laisser à desirer, je vais indiquer comment on s'y prend pour opérer avec la boussole.

PROBLÊME TROISIÈME.

Lever le détail de la figure 136 *avec la boussole, en supposant les points* K, E, D, Z *déterminés par des opérations précédentes?*

213. Placez une boussole horizontalement au point *H*, dirigez sa visière sur le point *G*, et examinez le nombre des degrés qu'il y a entre la direction du chemin *HG*, et la gauche de l'aiguille aimantée; tirez une petite ligne quelconque sur un papier, pour représenter cette aiguille, et écrivez à sa gauche le nombre de degrés que vous avez trouvés. Fig. 136.

Dirigez la visière de la boussole sur le point *F*, que je suppose visible du point *H*, et cotez sur le bronillon le nombre de degrés compris entre le rayon visuel *HF* et la gau-

che de l'aiguille aimantée ; dirigez encore la visière de la boussole sur les points E, I, M, K, et cotez sur le canevas le nombre de degrés compris entre chacun de ces objets et l'aiguille aimantée. Ces opérations faites, on se portera, par exemple, au point G, en faisant mesurer HG avec la chaîne, et après avoir écrit sur son figuré, le long de HG, le nombre de perches que l'on a trouvé, avec tout ce qu'on aura vu de part et d'autre de ce chemin, on s'établira de nouveau au point G. On visera de cette seconde station sur GF, et lorsque l'aiguille aimantée sera en repos, on examinera le nombre de degrés compris entre le point F et cette aiguille, pour les écrire sur le canevas, comme ci-dessus; on fera mesurer GF, et ayant écrit sur cette ligne le nombre de perches qu'elle contient, on fera une nouvelle station en F, pour viser sur FE, FD, FN. L'observation au point F étant faite, figurée et cotée sur le papier, on fera mesurer FE, qu'on écrira sur son correspondant.

Ensuite, si l'on veut suivre le chemin FNC, comme on a déjà observé l'angle que fait l'aiguille avec la direction EN, il suffit de mesurer cette dernière ligne, et d'écrire le

le nombre de perches sur son correspondant.

En continuant de la même manière de faire des stations à tous les coudes des chemins, on aura de quoi construire tous les objets observés sur le terrein.

On déterminera les sinuosités de la rivière en faisant pareillement des stations à tous ses principaux points de retour, et en mesurant leur distance entr'elles, en allant d'une station à l'autre.

Lorsque le canevas est très-compliqué, au lieu d'écrire la valeur des angles et les distances entre les stations successives sur le canevas même, on a coutume de mettre toutes ces quantités sur un petit registre, où, par des titres et par des lettres de renvoi, on indique à quelle partie du canevas appartiennent ces déclinaisons et ces mesures.

PROBLÊME QUATRIÈME.

Rapporter sur le papier les objets observés sur le terrein avec la boussole ?

214. Commencez par représenter la direction de l'aiguille aimantée sur le papier, au moyen de l'angle observé sur le terrein

entre l'aiguille aimantée et l'alignement de deux objets, dont la position est connue; menez à cette direction une parallèle par le point déterminé *k*, et une autre par le
Fig 136. point *e*, aussi déterminé, ensuite, faites au point *k*, avec un rapporteur, un angle *skh* égal à l'angle *nHK*, et tirez au crayon un rayon indéfini *kh*; faites de même au point *e*, un angle *seh* égal à l'angle *nHE*; enfin, menez une ligne indéfinie *eh* qui rencontrera la précédente en un point *h*, qui représentera celui *H* du terrein. Par le point *h*, qu'on vient de placer, on mènera une parallèle à l'aiguille aimantée, et on fera, avec le rapporteur, un angle *nhg* égal à l'angle *nHG* observé; on tirera un rayon *hg*, auquel on donnera autant de parties de l'échelle que *HG* contient de perches; par ce point *g*, on mènera une nouvelle parallèle, et par le secours du rapporteur et des observations écrites sur le figuré, ou sur le registre, on déterminera *gf*, qu'on fera de la longueur *GF* mesurée. Enfin, on placera de la même manière, tous les autres points *n*, *p*, *c*, &c. représentant les points *N*, *P*, *C*, &c. observés sur le terrein.

215. *Remarque.* On peut abréger le

nombre des stations, en se dispensant d'en faire à tous les points; par exemple, en partant du point H, on auroit pu aller tout de suite au point F observer l'angle sFG, qui est évidemment égal à celui nGF, qu'on auroit observé au point G. Dans ce cas, lorsque dans la construction on veut se servir, au point g, de l'observation faite en F, pour placer gf, il faut prendre le supplément de l'angle nFG, et opérer comme si l'observation avoit été faite en G.

Etablir les principaux points d'une carte avec la planchette.

216. La manière d'établir le fond d'une carte avec la planchette, est la même que celle du n°. 202, excepté qu'au lieu d'observer la valeur des angles à chaque station, on trace les côtés de ces angles sur un papier blanc qu'on fixe sur la planchette.

Le point de section de plusieurs rayons visuels, dirigés sur un même objet, de différentes stations, détermine la position de cet objet; si on a besoin de connoître la valeur des angles formés par ces rayons visuels, on les mesure avec le rapporteur, et les distances entre les objets se déterminent au

moyen du compas et de l'échelle. Voici comme on opère avec cet instrument :

Fig. 157. Sur le papier attaché à la planchette, tracez une ligne AB pour représenter la base qu'on a mesurée sur le terrein, et prenez sur l'échelle, qui est ordinairement tracée sur l'alidade, autant de parties que cette base contient de perches sur le terrein ; faites planter des jalons sur tous les points du terrein qu'on veut figurer sur la carte, comme en C, D, E, F, G, H . . . &c., sur les sinuosités des vallons, sur le sommet et aux pieds des montagnes, sur les contours et les angles des chemins . . . &c.

Cette première opération étant faite, on posera la planchette, par exemple, au point A; on appliquera l'alidade sur la ligne AB, pour placer convenablement la planchette qu'on fera tourner à cet effet sur son pivot, jusqu'à ce que cette ligne se confonde avec la base qu'elle représente, c'est-à-dire, jusqu'à ce qu'on apperçoive le jalon planté sur la base au point B. Ensuite on enverra, du point A, des rayons visuels à tous les objets qu'on pourra appercevoir, et on tracera sur le papier des lignes indéfinies, pour représenter ces rayons visuels.

S'il y avoit des points, tels que *F* ou *T*, qu'on ne pût découvrir du point *A*, à cause de la disposition du terrein, ou de quelque objet interposé, on prolongeroit la base *A B* jusqu'en *K*, ou tel autre endroit commode, d'où les points *F* et *T* pourroient être apperçus. Cette pratique peut également avoir lieu lorsqu'on opère avec un graphomètre ou tout autre instrument analogue.

Toutes ces opérations étant terminées, on ira faire une seconde station au point *B*, et coupant les alignemens *A C*, *A D*, *A E*, *K F*...&c. par d'autres alignemens *B C*, *B D*, *B F*, *B E*...&c. on tracera sur le papier les objets sur lesquels on a dirigé ces alignemens.

En transportant ainsi la planchette sur tous les points nécessaires, pour y faire des observations semblables à celles qu'on vient d'enseigner, on aura sur le papier posé sur la planchette, la position des objets observés sur le terrein.

Pour ne point confondre les alignemens, il est nécessaire d'écrire au bout de chacun le nom de l'objet par lequel on l'a dirigé, ainsi que nous l'avons déjà dit.

On déterminera les sinuosités d'une colline,

en prenant seulement quelques points vers le milieu de sa pente, ou vers le pied quand on le trouvera plus commode ; mais s'il s'agit d'une montagne, il est bon d'en déterminer le sommet. Les contours d'une rivière, d'un chemin, se déterminent en y envoyant des rayons visuels des différentes stations.

S'il y a des points tels que T et Q, sur la situation desquels on ait quelque doute, on pourra les vérifier en y faisant passer des nouveaux alignemens CT, SQ. On prendra l'alignement AC pour seconde base, et l'alignement CS pour troisième.

Si le point S, par exemple, ne pouvoit être vu des stations A et B, il faudroit le déterminer en y envoyant des rayons visuels d'un ou de plusieurs autres points marqués sur le papier, ou mesurer l'alignement CS par quelques-uns des moyens trigonométriques.

Quant aux terres labourables, jardins et autres détails, comme il est impossible de lever tous ces objets par des alignemens, on les mesure comme on l'a fait au n°. 136.

L'usage de la planchette a beaucoup de défauts ; cependant quand on ne veut pas une grande précision, on s'en sert avec avantage pour lever le détail d'un pays. *Voyez*

l'article de la levée des plans de l'Encyclopédie méthodique, art. Planchette, *pour les différentes méthodes de les lever avec cet instrument, suivant que les circonstances le permettent.*

PROBLÈME CINQUIÈME.

Lever le plan d'une ville, d'un bourg ou d'un village?

217. Choisissez la rue qui vous paroîtra la plus convenable pour base des opérations que vous aurez à faire. Si la rue AB, par exemple, est celle que vous choisissez, faites mettre des piquets B, C, et posez un graphomètre au point A; mesurez la grandeur de l'angle BAC et les côtés de la place $ACDE$; mesurez aussi la diagonale AD de cette place, les parties AF, FG, GB et la largeur de la rue dont il s'agit, ou chacune de ses différentes largeurs, si elle est inégalement large; enfin, à mesure que vous connoîtrez toutes ces choses, écrivez-les où elles doivent l'être, sur un canevas préparé à cet effet. Fig. 138.

Allez ensuite au point C prendre l'angle

DCH; mesurez la partie *CH*, et cotez sur le canevas la valeur de cet angle, ainsi que la longueur de la partie *CH*. Prenez l'angle *IHK*, et mesurez la distance *HI;* placez-vous au point *I* pour prendre la grandeur de l'angle *HIM*, et mesurez la partie *IM*. Etant au point *M*, mesurez l'angle *IML*, ainsi que la distance *ML*. Au point *L*, prenez l'angle *MLN* ou *KLN*, et mesurez la distance *LN;* au point *N* prenez l'angle *LNP*, et mesurez les parties *NO*, *NP*. Prenez pareillement la valeur des angles *NPQ*, *PQR*, *TQR*, et mesurez les distances *PQ*, *QR* et *QT*. Au point *T*, observez les angles *QTU*, *QTX*. Après avoir mesuré les distances *TU*, *TX*, placez-vous au point *X;* prenez la valeur de l'angle *TXY*, et mesurez la distance *XY*. Enfin, levez de cette manière le plan du reste de la ville proposée, et lorsque cela sera fini, vous entrerez dans le détail des jardins, bosquets, et de tout ce qu'il y a de remarquable sur les lieux; ensuite, vous passerez à la campagne, où vous opérerez comme il est enseigné (136). Quand l'opération sur le terrein sera terminée, il ne s'agira plus que de rapporter sur le papier tous les objets

qu'on a levés sur le terrein ; ce qui ne peut souffrir de difficultés, d'après tout ce qu'on a dit sur cette partie.

218. On voit donc, en général, que pour faire le plan d'une ville, tout se réduit à lier ensemble, par différens polygones, toutes les masses des maisons qui en sont les principales parties.

Lorsqu'il se trouve dans la ville une ou plusieurs places publiques, il est bon de commencer le plan par cette partie, sur-tout si ce plan a une très-grande étendue, parce qu'on y peut établir ordinairement un grand nombre de points fixes, et placer l'origine des différens alignemens, qui, du centre de la place, vont terminer les différens quartiers ; mais il faut observer que quand il s'agit du plan d'une grande ville ou de celui d'un bourg un peu considérable, il faut, autant qu'il est possible, commencer par établir, au moyen des triangles, les positions respectives des objets les plus remarquables, en faisant attention que ce sont les distances horizontales inclinées des objets, et non leurs distances qu'il faut représenter sur le plan.

CHAPITRE II.

Du Nivèlement.

219. Lorsqu'on veut faire aller les eaux d'un endroit à un autre, il faut nécessairement supprimer tous les obstacles interposés pour les y faire couler : or, les travaux qu'on est obligé de faire sont souvent trop considérables pour n'avoir pas cherché à constater par des moyens géométriques la possibilité de réussir. C'est par le moyen du nivèlement qu'on calcule les difficultés, et qu'on voit si l'entreprise est possible.

On appelle *ligne de niveau* celle dont tous les points sont, à très-peu de chose près, à égale distance du centre de la terre ; or, comme les modernes observations ont appris que la terre étoit sensiblement sphérique, il s'ensuit que la ligne de niveau est une ligne à-peu-près circulaire, dont le centre est celui de la terre : cette ligne circulaire s'appelle *ligne de niveau vrai.*

Ainsi, niveler un terrein, c'est chercher sur ce terrein même une ligne dont tous

les points soient sensiblement à égale distance du centre de la terre.

On détermine le niveau de deux points en se servant d'un rayon visuel, qu'on dirige par le moyen de quelque instrument, dont toute la justesse tend à bien établir une certaine ligne at qui soit parallèle à une autre ligne AT, qu'on suppose dans l'horizon sensible du lieu où l'on fait l'observation, ou qui, faisant sur cet instrument un angle droit avec celle du perpendicule, qui est une ligne tendante au centre de la terre, s'élève au-dessus du vrai niveau x autant qu'une tangente AT s'écarte de la circonférence à mesure qu'elle s'éloigne du point où elle le touche. Cette ligne droite AT ou at, parallèle à l'horizon, est nommée *ligne de niveau apparent.* Fig. 139.

Puisque le rayon visuel, ou le niveau apparent AT, est une tangente au niveau vrai AN, et que la tangente s'écarte toujours de plus en plus de la circonférence qu'elle touche, il s'ensuit que plus la ligne de niveau apparent at' ou AT' devient longue, plus elle s'écarte du niveau vrai ax' ou AN.

Comme la circonférence de la terre est extrêmement grande, une ligne de 200

mètres, ou 20 perches, prise sur cette même circonférence, se confond sensiblement avec une ligne droite. Dans ce cas, le niveau apparent peut être pris sans erreur notable pour le niveau vrai, mais si on ne faisoit point de correction dans les distances plus longues que 200 mètres, on commettroit des erreurs, comme on peut le voir par la table suivante, qui servira à faire trouver le vrai niveau, par le moyen de l'apparent, en supposant que l'instrument dont on se sert soit juste, et que d'ailleurs le rayon visuel soit droit; ce qui n'est pas toujours, principalement dans les grandes distances, où quelquefois les réfractions font aller les lignes courbes ou coudées.

La règle qui sert à faire trouver les haussemens du niveau apparent par-dessus le vrai, *est de diviser le quarré de la distance par le diamètre de la terre, qui est de* 12,732,395 *mètres.* Ces haussemens sont entr'eux comme les quarrés des distances, ainsi qu'on peut le voir par la table suivante, calculée d'après la circonférence de la terre de 40,000,000 *mètres.*

Cette table n'a pour objet que les petites

distances, les seules dont on ait communément besoin dans le nivèlement (1).

---

(1) Puisque les haussemens du niveau apparent sont entr'eux comme les quarrés des distances, on peut se dispenser de diviser le quarré de chaque distance par le diamètre de la terre; car une fois qu'on aura déterminé de cette manière le haussement de la première distance, il ne s'agira que de multiplier ce haussement par le quarré des nombres 2, 3, 4...&c. Ainsi, pour former cette table, tout se réduit à multiplier 0,000786 par 4, 9, 16...&c.

TABLE des haussemens du Niveau apparent.

Distances.	Haussemens.	Distances.	Haussemens.	Distances.	Haussemens.	Distances.	Haussemens.
mt.	mt.	mt.	mt.	mt.	mt.	mt.	mt.
100	0,000786	700	0,038514	1300	0,13283	5000	1,965
200	0,00314	800	0,050304	1400	0,15406	6000	2,829
300	0,00707	900	0,063666	1500	0,17685	7000	3,851
400	0,01257	1000	0,0786	2000	0,314	8000	5,030
500	0,01965	1100	0,09511	3000	0,707	9000	6,366
600	0,02829	1200	0,113184	4000	1,257	10000	7,860

PROBLÊME PREMIER.

On demande si les deux points A *et* B *sont de niveau, ou de combien l'un est plus éloigné que l'autre du centre de la terre ?*

220. Si la distance du point *A* au point *B* n'est que d'environ 20 décamètres, on posera le niveau d'eau en *A;* on donnera à une personne, destinée à concourir à l'opération, une grande perche *B P* et un grand carton sur lequel est tracée horizontalement une forte ligne noire *T*. On enverra cette personne en *B*, en la prévenant qu'étant arrivée, elle fera glisser le carton le long de la perche, en sorte que la ligne noire soit toujours perpendiculaire sur cette perche. On visera par les surfaces *R* et *S* de l'eau, et lorsqu'on appercevra la ligne noire, on fera signe à la personne qui tient la perche de s'arrêter afin qu'elle mesure la hauteur *B T*, ce dont on l'aura prévenue avant de partir, et on mesurera la hauteur *A V* de l'instrument, pour la comparer à celle *B T*. Fig. 140.

Si ces hauteurs sont égales, les deux points *A* et *B* seront de niveau; mais si *B T*

est moindre que AV, on retranchera la première hauteur de la seconde, et le reste hA, fera connoître que le point A est plus près du centre de la terre que le point B de la quantité exprimée par ce reste.

Si la distance TV étoit plus grande que 20 décamètres, il faudroit retrancher du niveau apparent ce qu'il y a de plus que le vrai niveau, par la table précédente; ou bien il faudroit prendre sur AB différens points A et n, n et o, o et B éloignés l'un de l'autre d'environ 20 perches, et les niveler séparément.

PROBLÈME DEUXIÈME.

Faire un grand nivèlement, composé, par exemple, de A *en* D?

Fig. 141. 221. Commencez par voir en gros tout le terrein à niveler, et marquez, avec des piquets, les points A, B, C, D, que vous trouverez les plus propres à lier le premier terme au dernier; faites élever les jalons Aa, Bb, Cc et Dd; établissez un registre par colonnes, et mettez dans la première le premier terme de chaque station; dans la seconde,

seconde, la hauteur du premier terme; dans la troisième, le second terme; dans la quatrième, la hauteur du second terme; enfin, dans la cinquième, mettez la distance d'un terme à l'autre, et continuez selon cet ordre jusqu'au dernier terme.

Tout étant ainsi préparé et disposé, on procédera au nivèlement, en plaçant, autant qu'il sera possible, le niveau dans le milieu des deux termes; on le mettra, par exemple, au point *E*, d'où l'on nivèlera et le premier terme *A*, et le second *B*; on cotera le premier terme dans la première colonne, et sa hauteur *A a* dans la seconde; dans la troisième colonne, on mettra le second terme *B* et la hauteur *B b* dans la quatrième; enfin, dans la cinquième, on écrira la somme des deux distances *A E*, *E B*.

On transportera ensuite le niveau au point *F*, d'où l'on nivèlera le second terme *B* et le troisième *C*; on mettra ce second terme dans la première colonne, la hauteur *B e* dans la seconde, le terme *C* dans la troisième, la hauteur *C c* dans la quatrième, et les deux distances *B F*, *F C* dans la dernière.

On ira poser le niveau à l'endroit *G*, et on visera sur les jalons posés aux termes *C*

et D; on mettra le troisième terme C dans la première colonne, la hauteur Cf dans la seconde, le quatrième D dans la troisième, et la hauteur Dd dans la quatrième; enfin, on écrira la distance CGD dans la dernière colonne.

Si de la somme des termes BCD on ôte celle des termes ABC, il restera $16^{mt},3$ pour la pente AD.

Voici un registre relatif à cette figure, où l'on suppose que les hauteurs et les distances que l'on y voit marquées sont celles qu'on a trouvées en nivelant de A en D.

Registre du nivèlement de la figure 141.

1ers termes.	Hauteurs en mètres.	2es termes.	Hauteurs en mètres.	Distances en perches.
A.	$Aa = 4,5$	B.	$Bb = 7,8$	$AEB = 42$
B.	$Be = 1$ »	C.	$Cc = 7,2$	$BFC = 31$
C.	$Cf = 0,7$	D.	$Dd = 7,5$	$CGD = 40$
	6, 2		22,5	Somme 113
		ôtez-en	.....6, 2	
		reste	.... 16, 3	

C'est-à-dire que le point *D* sera plus bas que le point *A* de 16 mètres 3 palmes.

On peut s'assurer de l'exactitude de ses opérations en reprenant le nivèlement au point *D*, et continuant de la même manière jusqu'au point *A*; si l'on ne s'est point trompé, on doit retrouver à très-peu de chose près, la même pente, sur-tout si le temps est calme, et si les aides ne sont pas novices dans ces sortes d'opérations.

222. On s'y prendroit précisément de la même manière pour faire un grand nivèlement composé à travers d'assez hautes montagnes. Si l'on veut connoître, par exemple, de combien le point *A* d'une rivière est plus élevé ou plus abaissé que le point *R* d'une autre rivière, et déterminer les points où pourroit être fait un canal de communication de *A* en *R*: on commencera par trouver la différence de niveau entre ces deux points donnés, afin de s'assurer, avant toute autre chose, si l'entreprise est possible, en faisant attention que le libre écoulement de l'eau dans un grand canal exige environ quatre doigts de pente continue sur 25 décamètres d'étendue en ligne droite, anguleuse et sinueuse d'un terme à l'autre. Fig. 142.

Ensuite on lèvera exactement le plan du terrein sur lequel doit passer ce canal, et on marquera sur ce plan les endroits où il sera nécessaire de faire des coupures et des chaussées : enfin, lorsque ce premier travail sera fait, et si l'opération exige une grande précision, on recommencera le nivèlement avec un niveau plus étendu et plus perfectionné.

Comme tous les détails du nivèlement formeroient un volume, je ne m'arrêterai point à décrire les différens moyens qu'on peut employer pour surmonter les obstacles qui peuvent se rencontrer ; je ne dirai rien non plus des divers instrumens dont on fait usage dans les opérations majeures.

On peut voir, sur cette matière, le traité du nivèlement de *Picard* et celui de *Lefebvre*, capitaine-ingénieur du roi de Prusse, dans lesquels on trouvera tout ce qu'il est nécessaire de savoir pour exercer cet art avec succès.

CHAPITRE III.

Des coupes réglées, ou de la division des bois en général.

223. On partage une forêt, un grand bois, en plusieurs parties, et une de ces parties, qui contient une révolution entière de l'âge auquel on fixe les taillis, se nomme *triage*.

Pour mettre un bois en coupes ou ventes réglées, il faut en lever le plan, en connoître la superficie, l'orienter et prendre pour base le plus long et le plus avantageux de ses côtés.

Lorsqu'on connoîtra cette superficie, tant pleine que vide, on en soustraira un quart pour servir de réserve, conformément à l'ordonnance, et quand on aura reçu l'indication du canton par les agens forestiers, on établira une ligne de séparation, suivant la méthode qui sera enseignée ci-après; puis on divisera le reste par le nombre des coupes requises, qu'on marquera par autant de

routes ou tranchées à angle droit, d'un mètre de large, pour le passage des porte-chaînes et des marchands. A l'extrémité de chaque tranchée, on met des bornes de pierre dure, d'environ un mètre de hauteur, dont la moitié à-peu-près, est fixée en terre, et on a coutume de marquer ces bornes du n°. de la vente qu'elles limitent, et de tracer sur la tête de chacune une ligne qui indique l'alignement qui sépare les ventes.

PROBLÊME PREMIER.

Supposons qu'il s'agisse de mettre le bois de cette figure en quatorze coupes, et qu'il soit possible de renfermer ce bois dans un rectangle A B D C ?

Fig. 143. 224. Si l'on a trouvé, par exemple, 240 décamètres pour le côté *A B*, et 220 pour le côté *A C*, la superficie de ce rectangle sera de 528 arpens, de laquelle il faut soustraire 56 arpens 42 perches pour les trapèzes et triangles extérieurs; le reste 471 arpens 58 perches sera la superficie du bois qu'il faut mettre en coupes.

Après avoir ôté le quart *N B D M* pour

la réserve (1), il faut diviser les côtés Ai, Cl, ou les côtés les plus avantageux pour l'exploitation, en quatorze parties égales, ce qui donnera les coupes requises, non d'égale contenance, mais ensemble égales à 353 arpens 68 perches, déduction faite des triangles et trapèzes extérieurs, qu'il faut avoir soin de remesurer pour avoir la superficie de chaque coupe.

Remarquez qu'en divisant Ai, Cl en 14 parties égales, la division adjacente à la ligne AC n'auroit presque point de superficie dans l'intérieur du bois; mais on pa-

(1) Pour ôter ce quart de réserve, voici comme j'opère :

Conformément au n°. 258, j'essaie de prendre 60 perches de largeur sur chaque parallèle AB, CD, ce qui me donne une surface de 132 arpens; je soustrais les emprunts abB, $cdeD$, ghD, que j'ai calculés pour avoir la superficie intérieure de cette figure. Ces emprunts sont de 1300,95, à quoi il faut ajouter les parties $ankb$, oqg; la première se trouve sans difficulté, puisque la ligne bk n'est pas inclinée; ainsi, comme $nB=60$, si de ce nombre on ôte 38,5, il restera 21,5 à multiplier par 10, le produit est 215. Pour avoir le petit emprunt ogq, on fera cette proportion : 80 : 7 :: la différence de 57 à 60 : x; d'où l'on tire x ou $oq=0,26$; multipliant la moitié de cette distance par 3, on aura

rera à cet inconvénient en menant, sur le plan seulement, une ligne *r s* qui laisse en dehors une quantité de bois, à-peu-près égale aux espaces vides que forment, en dedans de cette ligne, les sinuosités du bois. Cette ligne peut se tirer à vue, car il importe peu que les coupes soient égales, à un quart d'arpent près, sur 25 ou 30 arpens, puisqu'elles doivent être réarpentées, ainsi qu'on le verra ci-après.

Dans cet exemple, je porte 10 perches de *A* en *r* et de *C* en *s*, ce qui réduit les lignes *r i*, *s l*, à 169,5; je prends la quatorzieme

---

0,39 pour la superficie de ce petit triangle. Ajoutant ces deux dernières quantités à 1300,95, on aura 1516,34 à ôter de 13200; le reste, 11683,66, sera la surface *k b B c de D h g o*. Cette superficie diffère de celle qu'on demande de 105 perches, mais on la déterminera comme il suit :

Au moyen des opérations qu'on vient de faire, on trouve *k o* = 209,74; ainsi, divisant 105 par 209,74, le quotient 0,5 fait connoître qu'en portant cette quantité de *o* en *M* et de *k* en *N*, et tirant *NM*, on aura la superficie demandée pour le quart de réserve.

On pourroit opérer de la même manière pour déterminer toutes les coupes du triage, mais le calcul seroit d'autant plus long et plus pénible que la figure seroit plus irrégulière.

partie de cette quantité, et j'ai 12,11 pour la largeur de chaque coupe.

225. Si le bois qu'il faut mettre en coupes tient en partie à d'autres bois, il faut aussi en lever le plan, calculer sa superficie, et après en avoir ôté le quart pour la réserve, on prendra une ligne convenable, qu'on divisera en autant de parties égales que le triage doit avoir de coupes, et à chaque point de division, on élèvera, sur la base, une perpendiculaire qu'on prolongera jusqu'au bois limitrophe : ainsi, dans la derniere figure, si le côté AB tient à un autre bois, après avoir divisé la ligne $s\,l$ en 14 parties égales, on élèvera à chaque point de division 1, 2, 3, &c. les perpendiculaires $1\,t$, $2u$, $3v$, &c. à la ligne CD.

226. *Remarque.* Cette méthode de mettre les bois en coupes réglées, est bien expéditive, et épargne souvent des dégâts, du temps et de la dépense, sur-tout lorsqu'on peut faire toutes les opérations en dehors, ou seulement lorsqu'on peut établir une base comme CD ; mais elle a l'inconvénient de donner souvent des coupes trop inégales en superficie ; d'ailleurs, elle ne se pratique pas toujours aussi facilement que dans les

exemples précédens, car il arrive très-fréquemment qu'on ne peut s'écarter des limites de la figure ; d'un autre côté, par cette méthode les coupes peuvent être très-longues et très-étroites, ce qui est contraire à ce qui se pratique ordinairement ; car elles doivent être de figure régulière et approchante du quarré, autant que faire se peut ; c'est pourquoi quand un bois est aussi long que large, on a coutume de le séparer en deux parties par une laye *sommière* (1), afin que les coupes soient moins longues.

PROBLÈME DEUXIÈME.

Mettre le bois ABCDE...&c. *en triage de vingt-cinq coupes?*

Fig. 144. 227. Après avoir mesuré cette figure par quelques-uns des moyens que nous avons enseignés, et trouvé qu'elle contient, par exemple, 577 arpens 10 perches, déduction faite du quart de réserve, je divise cette

(1) *Sommière* est une laye de deux mètres de largeur, destinée à séparer une forêt en plusieurs parties, et sur laquelle on élève des layes pour séparer les ventes ; cette sommière est ordinairement essouchetée.

quantité par 25 pour avoir la superficie de chaque coupe ; le quotient est de 23 arpens 8 perches, en négligeant les fractions. Pour rendre ces coupes moins longues, il faut séparer ce bois en deux parties par une laye sommière, qu'on peut faire partir d'un point quelconque *E*.

Pour établir cette sommière, calculez une portion telle que *N A B C D E*, au moyen des côtés *A N*, *A B*, *B C*, *C D*, *D E*, et des angles *A*, *B*, *C* et *D*. Si l'on trouve cette superficie, par exemple, de 290 arpens 25 perches, on la divisera par celle que chaque coupe doit avoir, ce qui donnera 12, avec un reste de 13 arpens 24 perches qu'il faut ôter de la portion mesurée pour la rendre capable de contenir 12 coupes.

Comme on veut que la sommière aboutisse au point *E*, la base *No* du triangle à soustraire sera proportionnelle à la base *A N* du triangle *A E N;* ainsi on aura, *la surface du triangle* A E N *est au côté* A N, *comme* 13 *arpens* 24 *perches est à* N o, *ou bien*

$$10675 : 58{,}3 :: 1324 : No ;$$

d'où l'on tire, dans cette hypothèse, $No = 7{,}5$.

Si la sommière devoit partir d'un autre point que de *E*, il est bien évident que l'opé-

ration n'auroit pas plus de difficulté, seulement elle pourroit être un peu plus longue ; d'ailleurs, d'après tout ce qu'on a vu jusqu'à présent, on ne peut jamais se trouver embarrassé (1).

228. Lorsque la sommière est tracée sur le terrein (2), avant de procéder à la division des coupes, il est bon de vérifier si l'on ne s'est point trompé dans l'exécution, en examinant si la distance No est bien exacte, et si les angles que fait cette sommière avec les côtés AN, DE sont égaux à ceux qu'on peut trouver par le calcul. Cette vérification doit avoir lieu, sur-tout quand on opère avec une échelle, car il est rare qu'il ne se trouve point de différence.

(1) Quant à la superficie de la partie $NABCDE$, on peut la trouver avec l'échelle et le compas, en ayant attention de rapporter la figure avec une échelle qui donne au moins les dixièmes de perches; mais j'observe qu'on n'opérera jamais si exactement par cette méthode, qu'en cherchant cette superficie par le calcul; cependant, comme on ne demande pas une rigoureuse précision, cette méthode est communément suivie dans la pratique.

(2) Pour tracer cette sommière, on peut se servir de divers moyens donnés pour mener des routes dans les forêts.

Si, par cette vérification le triangle *NoE* est plus grand ou plus petit qu'il ne doit être, on ajoutera ou l'on diminuera la différence de la superficie totale *oABCDE*, et l'on divisera le nouveau résultat par les 12 coupes qu'il doit contenir, afin de les rendre égales entr'elles, autant qu'il est possible.

PROBLÊME TROISIÈME.

Tracer sur le papier les coupes d'un triage?

229. Lorsqu'on a déterminé la quantité que chaque coupe doit avoir dans les deux cantons séparés par la sommière, on les trace ordinairement sur le papier. Fig. 144.

Pour cela, prenez avec le compas une distance *ks*, à-peu-près vers le milieu de la vente par laquelle on veut commencer; portez cette ouverture de compas sur une échelle de proportion, pour en connoître la grandeur, et divisez la surface que chaque coupe doit avoir par cette même grandeur; le quotient vous donnera la largeur *oe* sur la sommière. Au point *e* élevez la perpendiculaire *ed*, et des points *A* et *c* abaissez ses parallèles *Aa*, *cb*; puis calculez, au moyen du compas et

de l'échelle, les superficies *o A a*, *a A b c*, *b c d e*: si leur somme est égale à celle de chaque coupe, la ligne *e d* fera la première division; si elle differe, on divisera la différence par la longueur *e d*, le quotient donnera la distance qu'il faudra ajouter ou diminuer sur la partie *o e* de la sommière pour déterminer le point *e*: par ce moyen, on aura, à très-peu de chose près, la quantité requise, si d'une part le plan est rapporté avec une échelle assez grande pour pouvoir y prendre les dixièmes de perches, et si de l'autre on opère avec un bon compas.

On tracera de même toutes les autres coupes jusqu'à la dernière, qui se trouvera égale aux autres, si l'on apporte de l'exactitude dans son travail; les ventes de l'autre côté de la sommière se détermineront de la même manière.

230. *Remarque.* Si les cantons séparés par la ligne sommière n'étoient point trop irréguliers, on pourroit se servir des principes que la géodésie enseigne pour la division des figures, ainsi que nous l'avons déjà dit; mais il est rare que l'on puisse employer ce moyen, à cause des sinuosités qui se trouvent presque toujours dans ces sortes

de figures, et qui empêchent même que l'on soit astreint aux loix de la géométrie. C'est pourquoi on se contente du calcul au compas et à l'échelle; d'ailleurs, les coupes devant être réarpentées, il est indifférent qu'elles soient précisément de la même quantité.

231. Lorsque toutes les coupes d'un triage seront tracées sur le papier, on opérera sur le terrein, comme il suit: On ira à l'extrêmité *o* de la sommière, pour mesurer, en allant vers *E*, la largeur de toutes les coupes de la partie qui est au-dessous, et à chaque point de division, on mettra un piquet.

Du point *E*, retournant vers *o*, on marquera de la même manière la largeur de toutes les coupes du canton qui est au-dessus de la sommière, mais avec des piquets plus petits ou plus grands, afin de les distinguer des autres. Si cette seconde mesure se rapporte avec la première, on conclura que l'on a bien opéré. A chaque division, on élèvera des perpendiculaires à la sommière, lesquelles seront les layes de séparation.

Si toutes les coupes n'aboutissoient point sur la sommière, on chercheroit l'angle qu'elles font avec les côtés qui s'en détour-

nent ; on mesureroit sur ces côtés les largeurs obliques des coupes, et à chaque division on poseroit un graphomètre pour diriger les layes suivant l'ouverture de l'angle trouvé. On peut abréger cette dernière opération avec la boussole, en orientant les premières layes, et menant par chaque point de division, sur les côtés qui se détournent de la sommière, des parallèles à ces premières layes par la méthode du n°. 238.

Du réarpentage ou récolement.

232. Puisque chaque coupe est séparée par une laye d'un mètre de largeur, on pourroit procéder au réarpentage aussi-tôt après la division ; mais le récolement ne se fait ordinairement que quelque temps après celui des vidanges expiré : le procès-verbal de réarpentage doit contenir exactement la quantité de la coupe arpentée. Lorsqu'il se trouve de la surmesure, on en fait une exacte description, et le marchand est tenu de payer cette surmesure à proportion du prix principal et des charges de sa vente, &c.

233. Lorsque le bois qu'on met en triage étoit divisé auparavant en une autre quantité

tité de coupes, il arrive que chaque vente du nouveau triage se trouve composée de bois de différens âges. Dans ce cas, quand la division du nouveau triage est faite, et que toutes les layes sont tracées, on procède au réarpentage; ensuite on mesure, au moyen des layes de l'ancien triage, la quantité des taillis des différens âges qui se trouvent enclavés dans chaque vente, et on tient un état de toutes ces mesures, conformément au modèle suivant :

ETAT des 25 coupes pour leur première révolution, commencée l'an 10 de la république, du bois de.... coupé ci-devant à 16 ans, contenant leurs quantités et celle des taillis différens qui les composent, suivant le réarpentage, avec l'âge de chacun lors des exploitations.

Années de l'exploitation.	Nos des ventes.	Quantité d'arpens.	Taillis anciens enclavés.	Age futur des taillis.
an 10	1er	23,07.....	1527.....	16 ans.
			780.....	15
11	2	23,08.....	760.....	16
			1548.....	17
12	3	23,08.....	1173.....	16
			1135.....	17
13	4	23,08.....	1738.....	17
			570.....	18
14	5	23,09.....	1209.....	17
			1100.....	18
15	6	23,09.....	800.....	17
			1509.....	18
16	7	23,08.....	1045.....	18
			1263.....	19
17	8	23,07.....	1200.....	18
			1107.....	19
18	9	23,08.....	996.....	19
			1312.....	20
19	10	23,08.....	1638.....	19
			670.....	20
20	11	23,10.....	1490.....	20
			820.....	21
21	12	23,08.....	1758.....	20
			550.....	21
		276,98		

Années de l'exploitation.	Nos des ventes.	Quantité d'arpens.	Taillis anciens enclavés.	Age futur des taillis.
ci-contre		276,98		
			540.....	20 ans.
an 22	13	23,07.....	1377.....	21
			390.....	22
			430.....	20
23	14	23,10.....	1880.....	21
			1200.....	21
24	15	23,07.....	1107.....	22
			900.....	21
25	16	23,10.....	1410.....	22
			1728.....	22
26	17	23,08.....	580.....	23
			1216.....	22
27	18	23,06.....	1090.....	23
			810.....	22
28	19	23,08.....	1498.....	23
			520.....	22
29	20	23,06.....	1516.....	23
			270.....	24
			1209.....	23
30	21	23,09.....	1100.....	24
			1348.....	23
31	22	23,08.....	960.....	24
			1771.....	24
32	23	23.11.....	540.....	25
			1821.....	24
33	24	23,11.....	490.....	25
			1851.....	25
34	25	23,11.....	460.....	26
		577,10		

ou 577 arpens 10 perches.

234. Il est essentiel de bien placer les numéros des ventes, afin d'établir une succession d'âge convenable pour les exploitations futures. Comme ils sont arrangés dans ce modèle, le plus ancien taillis futur n'aura pas au-delà de 26 ans, et le plus jeune ne sera pas au-dessous de 15 ans. Si on avoit numéroté successivement par 1, 2, 3, &c., le n°. 25 se seroit trouvé à la place du n°. 2, et l'âge futur de cette coupe auroit été de 39 à 40 ans, ce qui est trop vieux, dit l'arpenteur-forestier, pour un bois que l'on estime dans sa valeur jusqu'à 25 ans.

Si malgré toutes les précautions que l'on ait pu prendre, il se trouvoit du bois de cet âge dans cette coupe, ou dans une autre, dont le numéro en approchât, il faudroit le faire exploiter extraordinairement avant la première vente; par ce moyen, le bois se trouveroit à-peu-près à l'âge dans lequel il est le plus profitable lors de son exploitation.

Si, dans une coupe, il se trouvoit du bois au-dessous de 10 ans, on le réserveroit lors de l'exploitation, car l'ordonnance défend de couper les bois qui sont au-dessous de cet âge.

235. Si les marchands n'achètent que sous la condition que le prix des ventes sera diminué ou augmenté dans le rapport de l'âge des bois au nombre des coupes du triage, on fera l'estimation des *feuilles* en *perte* ou en *gain;* c'est-à-dire en *perte* pour les âges au-dessous de 25 ans dans cet exemple, et en *gain* pour les âges au-dessus.

Dans la première vente, il y a 7 arpens 80 perches de bois à 15 ans, et 15 arpens 27 perches à 16 ans; si vous faites les deux proportions

$$25 : \left\{ \begin{array}{l} 10 :: 7{,}80 : x = 5{,}12 \\ 9 :: 15{,}27 : y = 5{,}50 \end{array} \right\} 8{,}62$$

vous aurez 8 arpens 62 perches de diminution sur la valeur dont la coupe seroit si elle étoit portée à l'âge de 25 ans. Comme les bois n'augmentent pas dans une proportion déterminée, soit à cause de la nature du sol, de l'essence du bois, &c. on a coutume d'estimer les feuilles depuis 10 ans jusqu'à 20, *un cinquième* en sus de celles qui sont au-dessous, et les feuilles au-dessus de 20 ans, *un quart* plus que les moins âgées.

236. Si les opérations indiquées 142 à 144, pour percer des routes dans les forêts n'étoient point praticables, on verroit s'il n'y auroit pas entre les points A et B un objet
Fig. 105. O, visible de différens endroits. Dans ce cas, faites élever un signal aux points A, B, et cherchez dans la campagne deux endroits P, S, de chacun desquels vous puissiez appercevoir le signal A et l'objet O.

Puis, au point P, mesurez les angles APS, OPS et la distance PS: posez votre graphomètre au point S, et prenez-y la valeur des angles ASP, OSP.

Cherchez ensuite dans la campagne deux autres endroits T, U, de chacun desquels vous apperceviez le signal B et l'objet O; mesurez les angles OTU, BTU, et la distance TU: posez votre graphomètre au point U, et prenez-y la valeur des angles OUT, BUT.

Enfin, mesurez, soit immédiatement, soit par le moyen d'une base convenable, la distance ST.

Ces opérations bien exactement faites, vous connoîtrez dans chacun des triangles APS, OPS, les angles et le côté PS;

ce qui suffit pour calculer les parties inconnues de ces triangles.

Dans le triangle AOP, vous connoîtrez les côtés AP et OP que vous aurez trouvés; vous connoîtrez aussi l'angle APO, puisqu'il est la différence de l'angle APS à l'angle OPS: ainsi, vous trouverez les angles OAP, AOP, et le côté AO.

En faisant les mêmes opérations sur la base TU, on aura les données nécessaires pour résoudre le triangle ABO.

Or, l'angle BAP, que cette route doit former avec le rayon visuel AP, $= BAO + OAP$, et l'angle ABU, que cette même route doit former avec le rayon visuel BU, $= ABO + OBU$; donc, on pourra faire percer cette route, en se plaçant à l'un des points A ou B.

237. On peut aussi percer une route dans un bois, en se servant d'une boussole.

Soit, par exemple, la route AB que l'on veut percer dans la forêt Z, et supposons qu'on ne peut voir d'un même lieu les deux endroits A et B. Fig. 145.

Après avoir établi des signaux aux endroits A, C, D, E, F, B, posez une bous-

sole à l'endroit C, et prenez-y la grandeur des angles nCD, nCA, et pour éviter l'ambiguité, écrivez le supplément de ce dernier angle dans l'ouverture sCA. Opérez de la même manière aux points D, E, F, et toutes les opérations sur le terrein seront terminées. Les angles $nCA + nCD$ sont égaux à l'angle ACD, et les côtés AC, CD sont connus, puisqu'on peut les mesurer: ainsi, on aura toutes les parties du triangle ACD.

Si, de 200°, on retranche les angles CDs, nDE, on aura l'angle CDE, et par conséquent celui $ADE = CDE - ADC$; et puisque les distances AD, DE sont connues, on calculera toutes les parties du triangle ADE.

En continuant de la même manière, on connoîtra les angles BAF, ABF, et ensuite le côté AB, qui est la route proposée à tracer.

Lorsque toutes ces choses vous seront ainsi connues, si de l'angle sBF vous retranchez l'angle ABF, le reste exprimera la grandeur de l'angle sBA, ou nBd, que la route proposée devra former sur le terrein avec la ligne du nord, c'est-à-dire, avec l'aiguille aimantée nBs.

On trouvera de même la valeur de l'angle nAB que cette route doit former sur le terrein avec la ligne du nord nAs, et on remarquera si les angles sBA et nAB se trouvent égaux, comme cela doit être; puis, pour faire percer la route AB, posez une boussole à celui que vous voudrez des deux points A et B; par exemple, en A, et disposez-y cet instrument de manière que l'arc compris entre la tête de l'aiguille aimantée et le point marqué *nord* au fond de la boîte, soit d'autant de degrés que vous en aurez trouvé pour la grandeur de ce même angle nAB. Enfin, faites planter des jalons dans la direction du rayon visuel, que vous dirigerez à travers les pinules de cette boussole, ainsi disposée, et vous aurez la route proposée.

238. *Remarque.* On se sert de la boussole avec avantage pour élever des perpendiculaires dans les bois; pour dresser les petites traverses qui doivent aboutir sur les sinuosités, et pour mener des routes parallèles à d'autres routes.

Si, par un point C donné dans un bois, on veut abaisser une perpendiculaire sur une ligne AB, on commencera par prendre la Fig. 146.

déclinaison de cette ligne (260), que je suppose de 140 degrés; et comme dans cette hypothèse, la tête de l'aiguille aimantée déclinera de 40 degrés à l'égard de la perpendiculaire AD, on ira au point C faire un angle $nCd = sCE$ de 40 degrés; le rayon visuel qu'on dirigera vers la ligne AB, au travers des pinules de cette boussole, ainsi disposée, déterminera la perpendiculaire CE.

Fig. 147. Si on vouloit du point C mener une route parallèle à celle AB, on prendroit en A, par exemple, la déclinaison de cette route AB; on iroit au point C faire un angle nCD égal à celui trouvé au point A pour la déclinaison de la ligne AB, et on feroit percer la route CD. C'est aussi par ce moyen qu'on trace une ligne de séparation entre deux bois contigus, et lorsque cette ligne s'éloigne trop du point donné, on opère avec l'équerre comme au n°. 244.

239. On se sert encore de la *planchette* pour tracer des routes dans les forêts; mais pour réussir dans ces sortes d'entreprises, il faut avoir un plan bien exact de la forêt, ou prendre le parti de le lever avec précision. Sur ce plan, on marquera les routes que l'on

se propose de percer, et on l'attachera ensuite sur la planchette que l'on établira au lieu où doit commencer la route projetée, en ayant soin de faire bien accorder les lignes du plan avec celles du terrein qu'elles représentent. Alors en se servant de l'alidade, dont la règle sera mise avec beaucoup de soin le long de la route marquée sur le plan de la forêt, on fera planter des piquets dans la direction de cette route, et la laye que l'on fera faire à mesure, arrivera au point indiqué si le plan de la forêt est exact.

Reprenons la route AB de la figure 145. Si le point A, d'où elle doit partir, n'est pas déterminé, on verra sur le plan, à quelle distance son correspondant a se trouve de c ou de k, afin de le placer à pareil éloignement de C ou de K; alors, à ce point A on arrangera la planchette de manière qu'elle soit immobile; que les points correspondans A, a soient dans la même verticale, et que les lignes ac, ak soient précisément dans l'alignement de celles du terrein AC, AK.

Cela étant, on ajustera, avec beaucoup de soin, la règle de l'alidade le long de la route projetée ab, pour s'en servir à bien

conduire la route qu'il faut percer, et à mesure qu'on avancera, on y plantera des piquets, comme on a dû le faire dans les opérations précédentes.

CINQUIÈME PARTIE,

Où l'on explique les différens moyens qu'on peut employer pour résoudre une même question, et surmonter les difficultés accidentelles qui peuvent embarrasser l'arpenteur ; la manière de tracer une méridienne ; celle de trouver la déclinaison de l'aiguille aimantée, &c.

240. On peut résoudre le problême du n°. 65 en cette manière : Plantez verticalement un petit piquet BC; à peu de distance, et dans l'alignement de AB, plantez un autre piquet DE, dont la hauteur soit telle que le sommet se trouve dans l'alignement du rayon visuel AC; puis, mesurez exactement la distance BD, la hauteur des piquets BC, DE, et vous aurez la ligne AB par cette proportion : *la différence des deux jalons* BC, DE, *est à la hauteur du petit jalon* BC, *comme la distance* BD *est à la ligne requise* AB. En effet, les triangles semblables ADE, ABC donnent la proportion $DE : BC :: AD : AB$, ou *detrahendo*, $DE - BC : BC :: AD - AB : AB$. Fig. 148.

241. Lorsqu'il fait soleil, on peut résoudre le problême du n°. 66 par le moyen de l'ombre. Pour cela, plantez d'abord en terre un piquet DE perpendiculaire à l'horizon; puis, mesurez l'ombre EF du piquet, prise sur un plan horizontal; la hauteur ED de ce piquet, sans y comprendre la partie enfoncée en terre, et l'ombre BC de la tour, prise aussi sur un plan horizontal; ensuite, pour avoir AB, vous ferez cette proportion : *l'ombre* EF *du piquet est à la hauteur du piquet* DE, *comme l'ombre* BC *de la tour est à la hauteur* AB *de cette même tour.*

Fig. 149.

Cette proportion est vraie, car les deux triangles ABC, DEF ayant leurs trois angles homologues égaux, sont semblables. En effet, l'angle B est égal à l'angle E, puisque AB et DE sont perpendiculaires à l'horizon; l'angle A, formé sur le sommet de la tour par le rayon solaire AC, est égal à l'angle D, formé sur le sommet du piquet par le rayon solaire DE, parallèle au rayon AC.

Remarquez que pour avoir la longueur de l'ombre d'un objet terminé en pointe, il faut ajouter à la distance qu'il y a entre sa

base et le point où l'ombre se termine, celle qu'il y a depuis ladite base jusqu'au point de la verticale, qui passe par le sommet; de sorte que si la base de l'objet à mesurer est une circonférence de cercle, il faut ajouter la moitié de son diamètre à l'ombre que l'on voit sur le plan horizontal.

On peut aussi résoudre la même question Fig. 150. en cette manière : Posez à volonté, comme en C, par exemple, un miroir bien horizontalement; plantez verticalement un piquet E, de manière qu'un œil étant à son sommet D, apperçoive celui de la tour dans le milieu du miroir en C; ensuite, mesurez exactement les distances BC, CE, la hauteur du piquet DE, et vous aurez AB par cette proportion : $CE : ED :: BC : AB$; car les triangles ABC, CED sont semblables. En effet, l'angle B est égal à l'angle E, et l'angle ACB d'incidence, est égal à l'angle de réflexion DCE, ainsi qu'il est prouvé en optique; donc, les deux triangles sont semblables, puisqu'ils ont les angles égaux chacun à chacun.

242. Pour avoir la perpendiculaire d'un triangle équilatéral, il y a des personnes qui font cette proportion : 7 est à 6 comme un

côté de ce triangle est à la perpendiculaire cherchée ; d'autres cherchent la surface du même triangle en multipliant le quarré de l'un de ses côtés par 13 , et divisant le produit par 30.

Par l'une comme par l'autre de ces méthodes, on est dispensé de l'extraction des racines pour avoir la surface d'un triangle équilatéral ; mais j'observe que quand on voudra en faire usage, il ne faudra point exiger une rigoureuse exactitude, car la première donne une surface d'autant plus petite, que les côtés sont grands, et la seconde, quoique plus exacte, donne la surface plus grande qu'elle n'est en réalité. Voici ce qui a donné lieu à ces règles : En représentant le côté d'un triangle équilatéral par C, et la perpendiculaire par P, on a,

$$1°.\ P=\sqrt{C^2-\frac{1}{2}C^2}=\sqrt{\frac{3}{4}C^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{3C^2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{147}{49}C^2}=\frac{1}{2}\times\frac{12}{7}=\frac{6}{7}C.$$

$$2°.\ P=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{675}{225}C^2}=\frac{1}{2}\times\frac{26}{15}C=\frac{13C}{15};$$

donc la surface $=\frac{13C^2}{30}$.

On

On pourroit approcher à l'infini de la véritable surface du triangle équilatéral, mais les calculs deviendroient plus longs que par la règle générale; d'ailleurs, il est rare de trouver des triangles dont les trois côtés soient égaux.

243. Si le point H, sur lequel on veut faire passer une perpendiculaire à la ligne AB, ne peut se découvrir, envoyez-y quelqu'un faire du bruit, et faites le même essai qu'au n°. 70, jusqu'à ce que le rayon visuel perpendiculaire à AB, soit dirigé sur sa voix le plus exactement possible. Fig. 47.

Soit, par exemple, le rayon DG que vous avez dirigé sur la voix; comme ce rayon ne tombe pas sur le point H, élevez à ce point, sur la ligne GD, la perpendiculaire GH, que vous mesurerez exactement; revenez ensuite au point D, et portez la distance GH de D en C: à quelque distance du point D, sur la ligne DG, comme au point F, élevez encore la perpendiculaire FE, que vous ferez égale à CD; si, par ces deux points, vous menez une ligne droite, elle passera nécessairement par le point H, et ce sera la perpendiculaire demandée, car elle se

trouvera parallèle à la ligne *D G*, perpendiculaire sur *A B*.

244. Cette méthode nous fournit le moyen d'établir une laye dans un bois entre deux bornes.

Fig. 151. Soient les deux bornes *A* et *B* qui séparent deux bois assez épais : Envoyez une personne sur la borne *B* pour y crier à haute voix, ou pour y tirer un coup de fusil, si la distance est très-grande ; dressez au son du bruit, une ligne droite que vous ferez ouvrir d'une petite largeur qu'on nomme *filet* ou *brisée*.

Si cette ligne droite prolongée tombe sur la borne *B*, ou si elle ne s'en écarte que de la largeur de la laye, il sera facile de dresser ce filet, en faisant ouvrir une laye de séparation ; mais si elle s'éloigne davantage de la borne *B*, comme cela arrive le plus souvent, sur-tout lorsque les distances sont grandes, elle tombera en quelque point, comme en *C*.

Pour rectifier cette fausse ligne, du point *C* élevez sur *A C* une perpendiculaire *CB*, que vous mesurerez bien exactement, ainsi que la distance *A C* ; ensuite, d'un point pris à volonté sur la ligne *A C*, comme *E*,

élevez la perpendiculaire ED, dont vous connoîtrez la longueur par la proportion $AC : BC :: AE : DE$, que donnent les triangles semblables ABC, ADE.

Le point D étant connu et fixé, si l'on prolonge la ligne AD, elle passera nécessairement sur la borne B, si d'une part les mesures ont été prises exactement, et si de l'autre les jalons placés en A et en D ont été posés bien verticalement.

Cette pratique est d'une grande utilité aux géomètres forestiers, car, par l'obscurité qui règne dans les forêts, on n'apperçoit pas aisément les objets auxquels il faut aller.

Si la distance AB est très-grande, la ligne AC pourra s'éloigner de la borne B d'une distance telle que du point C on ne puisse point appercevoir cette borne; dans ce cas, on peut se servir de la manière de percer des routes dans les forêts, afin d'éviter de rapprocher la ligne AC vers B, jusqu'à ce que la borne B puise être vue du point C.

245. On peut résoudre le problême du n°. 73 en cette manière : Après avoir élevé la perpendiculaire BC de longueur à volon- Fig. 152.

té, élevez à cette dernière ligne une perpendiculaire DE, qui sera terminée par la ligne droite AC; puis, pour connoître la ligne AB, vous ferez la proportion $CD : DE :: BC : AB$, que donnent les triangles semblables ABC et CDE.

Fig. 153. *Autrement.* Menez BC perpendiculairement à AB, et CD perpendiculaire sur BC; puis, élevez encore sur CD une perpendiculaire au point A, et mesurez $CD = AB$.

Fig. 154. *Autrement.* D'un point pris à volonté, comme D, élevez une perpendiculaire indéfinie DC sur AD; sur cette ligne DC élevez une autre perpendiculaire FB, qui passe par l'extrémité B de la ligne AB: cette perpendiculaire FB sera parallèle à la ligne AD, et la figure $ABFD$ sera un trapèze. Mesurez les trois côtés AD, DF, FB, et ôtez cette dernière ligne de AD, pour avoir le reste AE, dont le quarré, ajouté à celui de EB, ou DF, est égal au quarré de AB; donc,

$$AB = \sqrt{(AE^2 + DF^2)}.$$

Supposons que la ligne $DF = 20$, $AD = 10$,

et $FB = 6$, la ligne AE, qui est la différence des deux lignes AD et FB, sera 4, dont le quarré 16 ajouté au quarré 400 de la ligne DF, donne 416, dont la racine 20,39 est la longueur de la ligne AB.

Au lieu de former un trapèze, on peut, si la disposition du terrein le permet, former tout de suite un triangle rectangle dont AB soit l'hypoténuse, et mesurer les deux côtés adjacents à l'angle droit.

On peut encore trouver la ligne AB, comme il suit : A l'une des extrémités de cette ligne, comme B, menez à volonté une ligne indéfinie GH; prolongez AB d'une quantité quelconque BD, que vous mesurerez; puis, avancez sur les lignes BG, BH jusqu'à ce que vous puissiez faire les angles droits AED, AFD. Multipliez l'une par l'autre les distances BE, BF, que vous aurez eu soin de mesurer, et divisez le produit par la distance BD; le quotient donnera la longueur de la ligne AB; car $BE \times BF = AB \times BD$; donc, $AB = \frac{BE \times BF}{BD}$. Fig. 155.

En effet, la ligne AD est le diamètre d'un cercle qui passe par les points E et F; or, il est démontré que si dans un cercle deux

lignes droites se coupent, *le produit des deux parties de l'une est égal au produit des deux parties de l'autre :* donc, &c.

Au moyen de cette dernière règle, on peut trouver la superficie d'un rectangle, par la connoissance d'un côté seulement.

On voit que par ces différentes méthodes, qui peuvent avoir chacune leur application, suivant les cas, on surmontera presque toutes les difficultés qui pourroient se rencontrer dans la mesure des lignes inaccessibles, et cela avec une équerre seulement : il y a cependant des cas où l'équerre ne seroit pas suffisante, mais on a des méthodes pour y parvenir promptement avec le graphomètre.

Fig. 156. 246. S'il n'étoit point possible de prolonger un des côtés, par exemple, BC, comme on l'a fait au n°. 76, pour trouver la surface du triangle ABC, et qu'il fût impossible de mesurer la perpendiculaire, soit en dedans, soit en dehors, ainsi que la ligne AB, on prolongeroit AC de sa longueur en E, et on tireroit la ligne EB pour avoir un triangle BCE égal en superficie au triangle ABC; puis on prendroit BE pour base, sur laquelle on élèveroit au point C une perpendiculaire CH, qui, multipliée par la moitié de la base

BE donneroit un produit égal à la superficie du triangle *ABC*.

Si quelques obstacles empêchoient de prolonger cette ligne de sa longueur entière, ou pourroit ne la prolonger que de la moitié en *F*, ou du quart en *G*, &c. Alors, la superficie qu'on trouveroit ne seroit que la moitié ou le quart de la véritable, car ces superficies seroient entr'elles, en raison de leurs bases.

Si l'on ne pouvoit prolonger aucun des côtés, on pourroit élever sur *AC* une perpendiculaire *CL* assez longue pour que de cette ligne on pût se retourner quarrément sur *B*. Cette perpendiculaire *CL* se trouveroit égale à *BD* (245), et il ne seroit pas nécessaire de mesurer la ligne *BL*, puisqu'elle seroit inutile pour trouver la superficie qu'on demande.

Le triangle peut être tellement disposé qu'on ne puisse mesurer que le côté *BC*, mais que du point *D* on puisse appercevoir le point *A* pour y élever une perpendiculaire *AD*. Dans ce cas, si cette perpendiculaire ne peut être mesurée par aucun des moyens qui sont du ressort de l'équerre, on aura recours au graphomètre ; cependant, Fig. 157.

comme dans la pratique, une rigoureuse exactitude devient souvent inutile, si sur un des côtés inaccessibles, par exemple sur AB, on pouvoit mesurer jusqu'au point E, d'où doit partir une perpendiculaire CE, on pourroit encore trouver cette superficie en faisant le rapport de cette figure sur le papier, comme il suit :

Si l'on fait passer un cercle par les trois points B,C,E; BC sera le diamètre de ce cercle, car l'angle droit E, dont le sommet est à la circonférence, a ses côtés appuyés sur les extrémités de ce diamètre. Cela fait, on prendra sur une échelle de proportion autant de parties que la ligne BC contient de mesures, et on élèvera la perpendiculaire AD, que l'on fera indéfinie : puis, du milieu F de la ligne BC on décrira l'arc BG, et on prendra sur la même échelle autant de parties qu'on a trouvé de mesures sur le terrein en allant de B en E ; on portera cette ouverture de compas sur cet arc de B en E, pour avoir le point de l'angle droit, et on prolongera la ligne BE, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'indéfinie AD : le point d'intersection sera le sommet du triangle qu'on veut construire, et qu'on achèvera en menant la ligne AC. On

prendra avec le compas la hauteur AD, qu'on portera sur la même échelle, pour voir à quel nombre de parties elle répond ; enfin, on multipliera BC par $\frac{AD}{2}$, et l'on aura la surface demandée.

Si l'on ne connoissoit que deux côtés d'un triangle obliquangle, on pourroit trouver la surface de ce triangle avec l'échelle et le compas.

Soit le triangle ABC dans lequel on ne connoît que les côtés AB, AC; divisez l'un des angles opposés aux côtés connus, l'angle B, par exemple, en deux également, par une droite BD; portez les parties AD, CD sur l'échelle, et déterminez le troisième côté BC par la proportion suivante, que donnent les sinus égaux des angles ADB, BDC : Fig. 158.

$$AD : CD :: AB : BC.$$

Donc (68) on trouvera la surface demandée.

247. Si le cercle n'étoit pas fini, et qu'il manquât la partie IDH, l'opération du n°. 95 ne pourroit avoir lieu, mais on mèneroit une autre corde BI sur le milieu de laquelle on élèveroit une seconde perpendiculaire qui couperoit la première au milieu K Fig. 70.

de ce cercle ; par ce moyen, on connoîtroit le diamètre puisqu'il vaut deux fois le rayon *EK* ou *GK*.

Fig. 159. Si le cercle étoit un bassin rempli d'eau, il seroit impossible de faire l'opération en dedans ; dans ce cas, on tirera une ligne droite quelconque *D A C* qui ne touche la circonférence de ce cercle qu'en un seul point *A*, duquel on élèvera sur *CD* une perpendiculaire *A B*, qui sera le diamètre demandé, puisque la ligne *D A C* est une tangente perpendiculaire au rayon, et par conséquent au diamètre.

Quand les extrémités de ce diamètre seront déterminées, il ne s'agira plus que de pouvoir en connoître la longueur ; or, en se rappelant ce théorême : *la tangente* D C *est moyenne proportionnelle entre une sécante entière* D B *quelconque, et sa partie extérieure* AD, on verra que la question se réduit à prolonger le diamètre *A B* d'une grandeur quelconque *AD*, et de mener du point *D* une tangente à ce cercle ; c'est-à-dire, de mener une ligne droite *DC* qui ne touche la circonférence qu'en un seul point *C* (1) ; car

(1) Toute la difficulté dans cette opération sera de

on aura la ligne DB par cette proportion :

$$AD : DC :: DC : DB ;$$

de sorte que si $AD = 4$ et $DC = 8$, on aura $4 : 8 :: 8 : x = DB = 16$; d'où retranchant la valeur de AD, on aura 12 pour le diamètre AB, qu'il falloit trouver. On peut aussi employer les méthodes des numéros 73 et 245 pour déterminer la longueur de la ligne AB.

248. D'après ce qui est dit au n°. 96, il est évident que si l'on connoissoit la superficie d'un cercle, on auroit le diamètre en divisant le quadruple de cette superficie par la circonférence : de plus, puisque la circonférence d'un cercle est égale au produit de son diamètre par $\frac{22}{7}$ ou $\frac{355}{113}$, selon qu'on se sert du rapport d'*Archimède* ou de *Métius*, on a la demi-circonférence égale au rayon du cercle multiplié par les mêmes nombres; multipliant cette demi-circonférence par le rayon, on aura évidemment la surface du cercle, ce qui montre que la surface d'un cercle quelconque est à-peu-près égale au quarré du rayon de ce cercle, multiplié par $\frac{22}{7}$ ou par $\frac{355}{113}$. De

---

déterminer précisément le point C pour connoître la longueur DC.

cette propriété on tire cette autre : La *superficie d'un cercle est au quarré de son diamètre comme* 11 *est à* 14, *relativement au rapport d'Archimède, ou bien comme* 355 *est à* 452, *relativement à celui de Métius ; ou bien encore, comme* 3927 *est à* 5000, *en prenant les cinq premiers chiffres de celui de Ludolphe.*

Au lieu de ces rapports, il est plus exact et plus simple d'employer les logarithmes constans qui se trouvent dans la préface des Tables de *Callet.*

Si on représente le rayon d'un cercle par R, sa surface par S, et si l'on nomme C la circonférence d'un autre cercle dont le diamètre est 1, on aura la valeur de S par cette formule : $\log. S = 2 \log. R + \log. C$.

En reprenant l'exemple du n°. 96, on a $2 \log. R = 1{,}7501225$, et log. constant $C = 0{,}4971492$. La somme de ces deux logarithmes égale 2,247274, qui, dans les tables, répond à 176,715, comme on le trouve, en employant les deux derniers rapports qui sont plus exacts que le premier.

249. Il peut arriver que le point A se trouve environné d'obstacles qui empêchent de mettre un jalon, soit à gauche, soit à

droite, comme au point D dans la pratique du n°. 100. Dans ce cas, pour connoître l'angle BAC, que je suppose plus grand que 192°, on ne se sert que de l'alidade mobile que l'on fixe sur un nombre quelconque, plus grand que ceux marqués sur la largeur de l'alidade fixe. Ainsi, pour connoître cet angle BAC, placez-vous en A, et après avoir fixé l'alidade mobile, par exemple, sur le nombre 110, dirigez-la sur le point B; puis tournez l'extrémité b de cette alidade, jusqu'à ce qu'un œil placé à l'autre extrémité apperçoive le point C; remarquez la grandeur de l'arc ac, que l'alidade ab aura décrit pour se placer sur l'alignement AC, et déduisez sa valeur de deux angles droits. Le reste sera égal à l'angle BAC qu'il falloit mesurer. Fig. 162.

250. On pourroit résoudre le problême du n°. 104 en élevant du point A sur AB une perpendiculaire vers E qu'on prolongeroit jusqu'à ce qu'on pût faire avec EB un angle de 66° 67′, et menant ensuite sur EB une perpendiculaire ED jusqu'à la rencontre de la ligne AB, prolongée en D, car cette ligne ED seroit moitié de BD; donc, si l'on double cette dernière ligne, Fig. 161.

qu'on aura soin de mesurer, et que du total on retranche la partie AD, qu'on mesurera aussi, le reste sera la distance AB, qu'il falloit trouver.

Cette opération seroit rigoureusement exacte si l'on ne prenoit que 66° 66′ $\frac{2}{3}$, car la ligne ED seroit précisément égale au rayon d'un cercle qui auroit BD pour diamètre.

Si on mesure les lignes AE, AD, on trouvera aussi AB par cette proportion :

$$AD : AE :: AE : AB \quad (9).$$

On pourroit encore trouver cette ligne en prenant la racine quarrée de la différence de trois fois le quarré ED à celui de la ligne AE, car on a $AB^2 = EB^2 - AE^2$; mais $EB^2 = 3ED^2$ (1); donc $AB = \sqrt{3ED^2 - AE^2}$.

Ce dernier procédé fournit encore un moyen de connoître une distance quelconque qu'on ne peut mesurer directement.

S'il falloit, par exemple, connoître la ligne EB, on voit qu'il ne s'agiroit que de faire un angle AEB de 66° 67′, et un autre

---

(1) On a $BD^2 = ED^2 + EB^2$; d'où l'on tire $EB^2 = BD^2 - ED^2$: mais $BD^2 = 4ED^2$; donc $EB^2 = 4ED^2 - ED^2 = 3ED^2$.

BED, qui fût droit ; de tirer indéfiniment les lignes *EA*, *ED*; d'avancer sur l'alignement *EA*, jusqu'à ce qu'en se retournant quarrément avec l'équerre, on apperçût le point *B*; de prolonger *BA* jusqu'à la rencontre de la ligne *ED*; enfin, de mesurer cette dernière ligne et de prendre la racine quarrée de trois fois son quarré.

251. *Remarque.* Au moyen de la règle du n°. 68, on peut connoître à quelle distance on est d'un objet que l'on voit, sans se servir d'aucun instrument pour mesurer les angles, et sans avoir recours aux différens moyens enseignés pour la mesure des distances.

Si, étant placé au point *B* dans la campagne, on veut savoir la longueur de la ligne *AB* inaccessible, on fera planter deux piquets *D* et *E* dans les alignemens *AB*, *AC*; ensuite, on imaginera les deux triangles *BCD*, *BCE*, dont on mesurera les trois côtés de chacun, afin de connoître l'angle *CBD* ou *ABC* au moyen du triangle *BCD*; et l'angle *BCE* ou *ACB*, au moyen du triangle *BCE*. Fig. 162.

Les deux angles *ABC*, *ACB*, et la base *BC* étant connus, on trouvera la distance

AB par la règle du n°. 39. Si, étant toujours au point B, on ne pouvoit mesurer une distance quelconque BD dans l'alignement AB, on prolongeroit cet alignement à volonté pour faire les opérations nécessaires, et de la distance AD, qu'on trouveroit, on retrancheroit celle BD pour avoir le reste AB; ou bien encore, comme la distance BC seroit connue, ainsi que les angles ABC, ACB (1), on pourroit se servir du triangle ABC pour avoir la distance AB.

PROBLÈME PREMIER.

Fig. 163. *Connoissant la distance* AB *de deux objets auxquels il est impossible d'aller, trouver celle* CD *de deux autres objets que l'on ne peut observer d'aucun endroit, mais de chacun desquels on peut appercevoir les trois autres ?*

252. Puisque les objets C et D sont situés de manière que l'on ne peut trouver aucun endroit où l'on puisse établir une base pour

(1) L'angle ABC est supplément de l'angle DBC, et l'angle ACB vaut l'angle ACD moins l'angle BCD.

mesurer

mesurer la distance CD, mais que de chacun de ces objets on peut appercevoir les points A et B dont la distance de l'un à l'autre est connue; nous pouvons supposer une longueur quelconque à la ligne CD, et chercher, d'après cette supposition, la ligne AB, comme au n . 104.

Si, par le résultat du calcul, cette ligne se trouve être de sa véritable longueur, la ligne CD sera égale au nombre qu'on lui aura supposé.

Si, au contraire, le côté AB, trouvé par le calcul, est faux, comme cela arrivera presque toujours, le résultat trouvé pour la ligne CD sera aussi faux, mais comme la valeur des angles qu'on peut observer en C et en D ne changera pas, quelle que soit la longueur qu'on puisse supposer à CD, les côtés des triangles qui résulteront de l'étendue supposée à cette ligne seront proportionnels aux côtés homologues des triangles qui donneroient la véritable longueur de cette même ligne, puisque ces triangles auront leurs angles égaux chacun à chacun. Cela posé, on aura la vraie longueur de CD par cette proportion :

AB faux : AB vrai :: CD faux : CD vrai.

Supposons qu'ayant mesuré réellement les angles ACD, BCD, ADC, BDC, on a trouvé 108° 24′ pour la valeur du premier, 54° 18′ pour celle du second, 60° 30′ pour celle du troisième, et 112° 16′ pour celle du dernier, je chercherois la ligne AB, en supposant la distance CD, par exemple, de 100 mètres.

Pour cela, je commence par déterminer le côté AC, que je trouve, en opérant d'après les règles pour la résolution des triangles, de 171,152. Je calcule ensuite le côté BC, que je trouve être de 194,635; enfin, au moyen du triangle ABC, dans lequel je connois deux côtés et l'angle compris, je cherche le côté AB. Ce côté seroit de 152,195, si CD étoit effectivement de 100 mètres, comme on l'a supposé : mais si la longueur réelle de AB est donnée, par exemple, de 198,24, et celle qu'on vient de trouver n'étant que de 152,195, il est bien évident que le nombre 100 que l'on a supposé pour la distance CD n'exprime point la véritable valeur de cette ligne. Pour la trouver je fais cette proportion :

$$152{,}195 : 198{,}24 :: 100 : CD;$$

d'où l'on tire $CD = 130{,}254$.

On s'y prendroit de la même manière pour avoir les autres lignes AC, AD, BC, BD, si on en avoit besoin, comme cela arrive dans la topographie, pour connoître une distance indéterminée, et former une suite de triangles.

253. On peut résoudre la question du n°. 105 sans faire de calcul. Si l'on veut mener par le point C donné, une parallèle CD à la ligne AB inaccessible, imaginez les deux lignes AC, BC formant l'angle ACB que vous mesurerez ; cherchez ensuite un point tel que E, duquel vous puissiez faire l'angle AEB égal à celui ACB ; mesurez l'angle AEC, et faites au point C un angle BCD qui lui soit égal ; le rayon CD, que vous mènerez, sera la parallèle demandée, car l'angle AEC est égal à l'angle ABC puisque ces angles ont leur sommet à la circonférence, et qu'ils sont appuyés sur le même arc ; donc l'angle ABC = l'angle BCD ; donc, CD est parallèle à AB. Fig. 164.

254. Il peut arriver, et il arrive souvent, qu'après avoir fait la première station en D (109), on ne peut trouver dans la direction de la ligne horizontale CD aucun point qui soit de niveau avec le pied C de l'objet à me-

surer. Dans ce cas, on choisit sur le terrein
Fig. 87. un point quelconque R, tel qu'on puisse y aller directement de l'endroit D; on prend la valeur de l'angle BGH, formé par les rayons visuels GB, GH, et on mesure la distance $DR = GH$.

Enfin, on mesure l'angle BHG formé par les rayons visuels GH et BH.

Au moyen de ces opérations, on a un triangle BHG, dans lequel on connoît tout ce qui est nécessaire pour avoir le côté BG, qui appartient aussi au triangle ABG, dans lequel on connoît les angles; on pourra donc trouver le côté AB au moyen de ce dernier triangle. Si l'on ne pouvoit trouver un point R duquel on pût appercevoir le point B, on imagineroit la ligne AH, et on mesureroit les angles AHG, AGH, ainsi que la ligne DR afin de connoître AG par le n°. 39; puis on prendroit la valeur de l'angle AGB formé par AG et par l'horizontale BG, ce qui donneroit un triangle rectangle ABG dans lequel on connoîtroit l'hypoténuse et un angle aigu; par conséquent on calculeroit la hauteur AB par le n°. 34.

Fig. 185. Par cette dernière opération, on peut trouver de combien le sommet B d'une mon-

tagne R est plus élevé que l'endroit E auquel on est placé, et déterminer la distance AE ou CH de ce même endroit à la verticale AB qui passe par le sommet ; car en faisant les opérations indiquées ci-dessus, on trouvera les deux lignes CH et BH; donc, en ajoutant CE à cette dernière ligne, on aura la verticale AB.

Si, au lieu d'une montagne, le point B est le fond d'un vallon, AB sera la profondeur de ce vallon, et AE la distance horizontale entre le point E et celui de l'horizon auquel répond le point B le plus profond du vallon.

On peut voir (271) comment étant au point B, et une hauteur AB étant donnée, on détermine une distance horizontale CD. Fig. 177.

255. Si l'on ne pouvoit mesurer que les angles et les deux côtés opposés d'un quadrilatère, on pourroit néanmoins en trouver la superficie sans faire d'autres opérations sur le terrein.

Soit la figure $ABDC$ dont on connoît les angles et seulement les côtés AB, CD. En supposant les côtés AC, BD, prolongés jusqu'à leur rencontre en E, on aura deux triangles ABE, CDE qu'on pourra ré- Fig. 166.

soudre, et si de la surface du premier on déduit celle du second, le reste sera évidemment égal à la superficie du quadrilatère proposé.

Remarquez que si les angles en *A* et en *B* étoient droits, ou si l'un étant aigu l'autre étoit son supplément, cette méthode ne pourroit avoir lieu, car les côtés prolongés ne se rencontreroient jamais; ainsi, pour que cette opération puisse se faire, il faut que les angles adjacents au côté *AB* soient moindres que deux angles droits.

En opérant de la même manière, on trouveroit la surface d'un polygone quelconque, pourvu qu'il n'y ait d'inconnus que les deux côtés qui concourent au point *E*.

256. Si, à chaque angle, il étoit possible de s'écarter un peu des limites d'une figure quelconque, soit en dedans, soit en dehors, on pourroit en trouver la superficie avec une chaîne seulement, ou un bâton d'une mesure connue; en effet, en prolongeant le côté *AB* d'une quantité quelconque *Aa*, et menant *ab* à volonté sur le côté *AI*, on aura un triangle *Aab*, dont la connoissance des côtés fera trouver l'angle *aAb* supplément de *BAI*.

Fig. 167.

En faisant la même opération aux points I, H, G, on aura la valeur des angles AIH, IHG, FGH.

Quant à l'angle rentrant EFG, si vous pouvez mener une ligne ik aboutissant sur les côtés FG, EF, le triangle Fik, dont vous mesurerez les trois côtés, donnera le moyen de connoître cet angle EFG, et ainsi de suite. Une fois tous les angles connus, si l'on a eu soin de mesurer les côtés de cette figure, on en trouvera la surface comme aux numéros 112, 113 ou 118.

257. La solution du n°. 167 et suivans, suppose qu'on peut entrer dans l'intérieur de la figure à diviser; si cela n'étoit point possible, il faudroit en calculer la surface d'après la connoissance des angles et des côtés, et chercher par le calcul trigonométrique, les valeurs nécessaires pour déterminer les inconnues.

Par exemple, pour avoir la surface des triangles ABh, BCh, on calculera d'abord celle du premier au moyen des côtés mesurés AB, Ah, et de l'angle A observé; puis dans le second, on connoîtra les côtés BC, Bh et l'angle $B = ABC - ABh$; ainsi, on trouvera toutes les parties de ce

Fig. 115 (2e).

triangle; donc on aura les quantités nécessaires pour fixer le point f, et ainsi des autres.

On n'est point tenu de diviser la ligne AD en autant de parties égales que la figure doit avoir de parts; il est souvent plus régulier de fixer le point h en portant la valeur du quotient, qu'on obtient en divisant une portion du partage par AB ou par DC, de A en h, ou de D en h.

Si on vouloit mettre plus de régularité dans les figures du partage, il faudroit diviser la même portion par une ligne tirée à-peu près dans le milieu de chaque part; porter le quotient, comme tout-à-l'heure, et opérer ensuite comme si ce point h avoit été fixé.

C'est par ce moyen qu'on peut ôter une certaine quantité d'une figure, sans calculer sa surface entière, et qu'on fait des répartitions par proportion du plus ou du moins que chacun doit avoir.

258. Dans la pratique, on se sert ordinairement d'un autre moyen pour ôter une quantité d'une figure quelconque : quoique cette méthode ne soit nullement géométrique, l'erreur qu'elle peut occasionner n'est pas assez sensible pour ne pas la pré-

férer, comme étant la plus expéditive sur le terrein.

Dans un espace indéterminé ABCD, *former une superficie, par exemple, de trois arpens soixante-quinze perches?* Fig 168.

Après avoir mesuré *AB*, élevez la perpendiculaire *A a*, et mesurez dessus une distance quelconque, dix perches, par exemple; menez sur *A a* une autre perpendiculaire *cd*, que vous mesurerez; puis remarquez la différence des deux lignes *AB*, *c d*; si la première a été trouvée de 25 perches et la seconde de 26,5, cette différence sera 1,5 sur dix, ou 0,15 par perche.

Si on essaye de prendre 14 perches de largeur, la parallèle *ef* sera de 27,1, et la superficie *A Bef* vaudra 364,7; et comme on propose d'en former 375, il s'en faudra de 10,3 que cette largeur ne donne la quantité demandée.

Pour la compléter, je divise 10,3 par 27,1, et le quotient 0,38 est ce qu'il faut ajouter aux 14 perches; c'est-à-dire, que 14,38 de largeur, pris sur les perpendiculaires *A a*, *Bb*, donneront, à très-peu-près, les trois arpens soixante-quinze perches.

Si on ne pouvoit entrer dans cette figure, on chercheroit la ligne $c\,d$ par le calcul. Cette ligne égale $A\,B$ plus les deux parties cl, md; or, on connoîtra ces lignes au moyen des triangles $A\,c\,l$, $B\,d\,m$, dans chacun desquels on aura les données nécessaires, puisqu'on suppose $A\,l$ et $Bm = 10$, et que les angles $c\,A\,l$, $d\,B\,m$ sont égaux, savoir; le premier à l'angle $B\,A\,D$ — 100°, et le second à l'angle $A\,B\,C$ — 100°.

Cette ligne $c\,d$ une fois connue, on déterminera $A\,i$, $B\,k$, comme ci-dessus, et ensuite on cherchera les distances $A\,g$, $B\,h$, au moyen des triangles rectangles $A\,i\,g$, $B\,k\,h$.

PROBLÈME DEUXIÈME.

Tracer une ligne méridienne sur le terrein?

259. La ligne méridienne se trace de plusieurs manières; on peut en déterminer la direction au moyen des étoiles fixes, ou en observant l'angle entre l'arrivée et le départ du soleil sur l'horizon, ainsi que l'ouverture entre un des côtés de cet angle et un objet fort éloigné; mais comme ces méthodes

ne se pratiquent pas facilement, voici une autre manière d'avoir la direction d'une méridienne :

Décrivez sur un plan horizontal et du même centre, plusieurs circonférences ou arcs concentriques ; sur ce centre commun élevez un style ou gnomon perpendiculaire à l'horizon, qui ait environ quatre palmes de hauteur, et dont l'extrémité supérieure soit une petite boule, afin de mieux déterminer son ombre.

Entre 9 et 10 heures du matin, observez le point où l'ombre du style se terminera sur chacun des cercles ; observez ensuite, l'après-midi, quand l'ombre coupera de nouveau les mêmes cercles, et marquez les points où elle les coupera. Divisez les arcs de cercles ou les intervalles du matin au soir sur chaque cercle, en deux parties égales, et du milieu de chacun des arcs, tirez une ligne droite qui passe par le pied du style ; cette ligne sera la méridienne cherchée, de sorte que dans le cours de l'année, il sera midi chaque jour quand l'ombre du style tombera sur cette ligne.

Les différens cercles que l'on trace servent à donner plus exactement la position

de la méridienne, parce que les opérations réitérées pour la déterminer sur plusieurs cercles concentriques, peuvent servir à se corriger mutuellement.

Cette méthode de tracer une méridienne, suppose que la déclinaison du soleil ne change pas entre les instans auxquels on marque les deux points d'ombre, ce qui n'a lieu qu'aux solstices, et 15 ou 20 jours avant ou après; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce temps. Lorsqu'on veut une grande précision, on peut corriger l'erreur qui peut résulter de cette déclinaison, au moyen d'une table de correction qu'on trouve dans le *Livre de la connoissance des temps, année* 1759, *page* 85.

260. Puisque la déclinaison de l'aiguille aimantée de la boussole change selon le temps et le lieu (138), il est nécessaire de pouvoir déterminer la déclinaison véritable de cette aiguille.

Cette déclinaison, qu'on cherche tous les ans au mois de germinal, peut se trouver en opérant ainsi : Tracez une méridienne (n°. précédent) et dirigez le nord de la boussole vers le pôle septentrional. Quand l'aiguille sera arrêtée dans cette position, le

nombre de degrés que la pointe qui désigne le nord fera avec le point marqué *nord* au fond de la boîte, sera la véritable déclinaison de l'aiguille aimantée.

Des Bornes.

261. Les bornes sont des points fixes de séparation; on dresse ordinairement un procès-verbal de leur plantation.

Quand on veut mesurer une pièce de terre, de bois, de vigne, &c., il faut voir si les limites ne sont pas assurées par des bornes, qui ne sont autre chose que des pierres plantées en terre pour séparer les possessions. Quelquefois les propriétaires, par acte passé entr'eux, conviennent qu'une haie ou certains arbres plantés entre leurs héritages, leur serviront de bornes; alors ces arbres deviennent *mitoyens*.

Quelquefois aussi, par convention entre les particuliers, les bornes sont enfoncées en terre pour les garantir du soc de la charrue. Outre les cas de convention, on met sous les bornes quatre moellons, qu'on appelle *témoins de la borne ;* au milieu de ces moellons on casse une tuile dont on rapproche les morceaux, que l'on nomme *té-*

moins muets. Quelquefois encore, au lieu de tuile, on met du charbon, des ardoises, ou une assez grande quantité de petites pierres ou cailloux.

Les bornes se placent ordinairement aux angles des figures, afin qu'elles servent pour le bout et le côté; on en met quelquefois sur la longueur, mais elles ne peuvent servir que pour le côté.

Il est nécessaire de marquer les bornes sur les plans telles qu'on les voit dans la figure 57, aux endroits *A C D E F B N*; il faut, autant qu'il est possible, indiquer leur juste position, en marquant la longueur des lignes et l'ouverture des angles qu'elles forment.

Lorsqu'une borne est douteuse, l'arpenteur doit avoir, pour la lever, un pouvoir par écrit des deux propriétaires voisins qui sont en contestation, ou une ordonnance du juge, car des loix non abrogées prononcent différentes peines contre ceux qui arrachent ou transposent des bornes.

Vérification d'un procès-verbal d'abornement.

262. Il faut commencer par prendre connoissance du procès-verbal, puis vérifier la position et la figure des bornes qui y sont rappelées ; voir si les distances de l'une à l'autre se rapportent à celles qui sont indiquées ; examiner scrupuleusement si elles sont placées comme l'indique le procès-verbal, et si les riverains rappelés sont conformes aux limitrophes actuels ; enfin, il faut entrer dans tous les détails du procès-verbal, et s'assurer si tout s'accorde parfaitement.

Il peut arriver qu'en faisant cette vérification, une borne indiquée par le procès-verbal ne se trouve point, alors, voici ce qu'il faut faire pour trouver l'endroit où elle a été placée :

Soit le plan $ABCDEFG$ dont la borne A ne se trouve point sur le terrein, et dont on a les distances AG et AB sur le procès-verbal. Si l'on avoit la direction AG ou AB, on trouveroit la place de cette borne en mesurant l'une de ces lignes, et faisant fouiller au point A, où la mesure finiroit. Fig. 169.

Si ces directions n'étoient point visibles, on ne pourroit pas opérer de même, car il est probable qu'on s'écarteroit de ces limites; mais si l'angle G, par exemple, étoit connu, on pourroit déterminer la direction $A\,G$ au moyen de cet angle.

Si l'angle B ou G n'étoit point marqué sur le plan, on mèneroit une droite $B\,G$, qu'on mesureroit; alors on connoîtroit les trois côtés du triangle $A\,B\,G$, et l'on chercheroit la perpendiculaire $A\,I$, ainsi que sa distance aux points B et G (67); on marqueroit le point I sur le terrein; et on élèveroit la perpendiculaire $A\,I$ qui passeroit nécessairement sur la borne A; donc si l'on mesure la longueur $A\,I$, on aura le point A de la borne qu'il faut trouver.

Si l'angle fait en A n'étoit point désigné par le procès-verbal, on prolongeroit la perpendiculaire $A\,I$ vers H, et l'on chercheroit cette borne tant en A qu'en H, car d'après les données du plan, elle a été posée à l'un ou à l'autre de ces deux points.

Si cette borne ne se trouvoit point, on la placeroit du côté vers lequel la possession actuelle seroit, sans pourtant léser le propriétaire

priétaire voisin, qui doit être présent à cette opération.

Si du point *G* on ne pouvoit appercevoir le point *B*, comme, par exemple, dans les bois où l'obscurité règne toujours, on se serviroit de la pratique du n°. 244, pour déterminer l'alignement *B G*.

263. Les arpenteurs sont dans l'usage de donner des plans qu'ils appellent *figurés;* tel par exemple, que celui de la figure 57. Ces arpentages sont très-bons pour ceux qui ont des notions géométriques, mais ils sont souvent inutiles aux particuliers qui n'ont qu'une légère connoissance du mesurage des superficies; ces derniers sont obligés d'appeler les gens de l'art pour reconnoître les limites déterminées par cet arpentage figuré, sur lequel l'échelle n'est pas toujours représentée.

Si les bornes *A* et *B* ont disparu, et que l'angle de leur emplacement ait varié, la base *A B* qui a servi à toute l'opération, n'étant plus la même, il paroîtroit que le plan deviendroit inutile pour déterminer l'emplacement des autres bornes et limites; cependant, avec un peu d'attention, on pourra calculer la longueur des côtés et la valeur des angles de cette figure, et, par Fig. 57.

conséquent, reconnoître les anticipations qui pourroient avoir été faites sur le terrein.

Pour avoir le côté AC, on résoudra cette équation :

$$AC=\sqrt{Ab^2+Cb^2}=\sqrt{16+225}=\sqrt{241}=15,52$$

à très-peu-près.

On trouvera

$$CD=\sqrt{25+265,69}=17,05;$$

et ainsi de suite.

Pour connoître l'angle C, par exemple, on calculera ceux ACb, DCr, et on ajoutera leur somme à 100 degrés pour avoir un nouveau total qui sera l'angle demandé.

L'angle D se trouvera en prenant la somme des angles CDr, EDs, qu'on peut calculer, &c.

Lorsqu'on connoîtra ainsi les côtés et les angles de cette figure, si on a la certitude que deux angles quelconques, comme D, E, n'ont pas variés, on pourra rétablir les bornes déplacées : Pour cela, on déterminera l'alignement CD, au moyen de l'angle calculé CDE; on portera 17,05 sur cet alignement, et si la borne C ne se trouve point à l'endroit où la mesure finira, on l'y fera remettre.

L'emplacement de cette borne *C* une fois reconnu, on se placera à cet endroit pour déterminer celui de la borne *A*, au moyen de l'angle calculé *ACD*, et ainsi de suite.

Si les deux points déterminés étoient en *D* et en *N*, on imagineroit une ligne *DN*, et on chercheroit l'angle que cette ligne doit former, par exemple, avec *CD*, afin de rétablir ce côté comme ci-dessus. Pour avoir cet angle *CDN*, on résoudra d'abord le triangle *ACD* pour connoître l'angle *ADC*; puis le triangle *DAN* pour avoir l'angle *ADN*, qui, ajouté au premier, formera l'angle requis.

264. Nous avons déjà fait voir qu'il se présentoit souvent des difficultés lorsqu'on travailloit sur le terrein, comme quand il falloit opérer dans des endroits montueux, &c.; ces difficultés viennent encore de ce qu'on ne peut pas lier son point d'observation aux autres points observés, ou que l'on ne dirige pas l'instrument sur le centre de l'objet observé, &c.

S'il falloit lier le point *b* à la suite des autres triangles, et qu'on n'eût d'autres moyens pour cela que de connoître les angles du triangle *bHP* dans lequel on sup- Fig. 134.

pose qu'on ne peut observer ceux en H et en b, ni mesurer la longueur totale de la ligne bP dont on a besoin, on pourroit résoudre ce problême en cette manière :

Prolongez la ligne bP jusqu'à ce que d'un point c on puisse appercevoir le point H, et mesurer l'angle HcP, ainsi que le prolongement bc; comme on suppose qu'on peut mesurer une partie ab, sur bP, et qu'il est possible d'observer l'angle baH, on pourra résoudre le triangle acH.

Dans le triangle abH on connoîtra aussi les données nécessaires pour déterminer les inconnues; on aura donc l'angle en b, et par conséquent celui bHP; donc, on calculera bP, puisque HP est connu par des opérations précédentes.

Si cette pratique ne pouvoit avoir lieu, on feroit élever un signal à un endroit quelconque d; on observeroit au point P la valeur des angles entre b et d, et entre b et H; puis au point d on observeroit la grandeur des angles entre b et H, et entre H et P.

Ces angles et le côté HP étant connus, on trouvera d'abord la ligne dP, puis celle bP dont on a besoin.

S'il étoit impossible d'appercevoir le point *H*, on prendroit une base *e f* qu'on mesureroit, et on chercheroit de la même manière, et comme l'indique l'opération, la longueur de la ligne *b P* : par ce moyen le point *b* seroit incontestablement lié aux autres triangles, et on pourroit se servir de cette nouvelle base pour déterminer d'autres points.

265. S'il faut connoître les trois angles du triangle *A B C*, dont le sommet *A*, qu'on ne peut appercevoir, est le centre d'un objet sur lequel il est impossible de se placer, on prendra la valeur des angles *CBE*, *DBE*; on ajoutera la moitié du dernier angle au premier pour avoir l'angle *A B C*; dont le côté *AB* passera par le centre de cet objet, si *a D* est égal à *a E*. Fig. 170.

On fera la même opération au point *C* pour connoître *A CB*, et par conséquent *B AC*.

Telles précautions qu'on puisse prendre dans ces sortes d'opérations, on ne peut guère se flatter d'avoir les angles demandés avec une grande précision; c'est pourquoi les objets qui ne se terminent pas en pointe, ou ceux dont la pointe ne peut être apperçue,

ne sont pas regardés comme des points sur lesquels on puisse établir d'autres opérations, car il n'est pas étonnant qu'en rapportant ces objets sur la carte, ils se trouvent éloignés de plusieurs palmes de leur véritable place.

Fig. 171. 266. S'il falloit avoir recours à la direction du centre d'une tour A et d'un clocher B, on pourroit se trouver d'abord embarrassé, attendu que cette tour étant beaucoup plus grosse que le clocher, elle le couvre de façon qu'on ne voit pas si l'on est dans la direction du centre de la tour.

Pour parvenir à déterminer cette direction, cherchez par la pratique précédente, celle du centre du clocher qui passe par les extrémités H, I de la circonférence de la tour, et prolongez les rayons visuels BH, BI, que vous terminerez aux points C et D pris à volonté, mais tels cependant que le triangle BCD soit isocèle; divisez la base CD en deux également au point G, et prenez l'ouverture de l'angle HGI que vous diviserez en deux parties égales pour avoir le rayon visuel GAB, dans lequel vous pourrez faire planter des jalons.

Si le point G est inaccessible, on achèvera l'opération en dedans ou en dehors du trian-

gle, en tirant à égale ouverture d'angle les lignes *CE* ou *CF*, *DE* ou *DF*, et en opérant aux points *E* ou *F* comme on a fait au point *G*.

On peut se dispenser d'observer l'angle *HGI* en tirant une ligne *kl* parallèle à *CD*, car si l'on met un piquet *m* au milieu de *kl*, la droite qu'on mènera par les points *G* et *m* passera nécessairement par les centres *A* et *B*.

Pour que ces opérations puissent se faire avec précision, il ne faut pas être trop éloigné de la tour, car les extrémités de sa circonférence ne seroient pas sensibles, et la base *CD* deviendroit trop longue. Il ne faut pas non plus que les deux points *A* et *B* soient trop près l'un de l'autre.

PROBLÈME TROISIÈME.

« *Calculer la position d'un point* D, *que l'on* » *n'a pu appercevoir d'aucune station*, » *mais duquel on peut observer trois au-* » *très points déjà déterminés*, A, B, C ? » (Encycl.).

Fig. 172. 267. *Solution.* « Par le point de station » D, et par deux des points connus A et C, » soit imaginée une circonférence $AECD$, » le troisième point B sera intérieur ou exté- » rieur à la circonférence, et le point D sera » compris entre les points déterminés, ou » sera hors de ces points, ou sera sur l'ali- » gnement de deux de ces points, ce qui » nous fait distinguer plusieurs cas.

» Soit ensuite tirée du point D au point B » la droite BD, prolongée, s'il est néces- » saire jusqu'à la circonférence, qu'elle cou- » pera en E, et de ce point E, ainsi que des » points A et C, soient tirées les droites AE, » CE, AD, CD.

Fig. 172. » Dans le premier cas, où l'on suppose le » point B extérieur à la circonférence, et » le point D hors des trois points A, B, C,

» on connoît trois choses dans le triangle » AEC, le côté AC donné, l'angle $CAE=$ » CDE observé, et l'angle $ACE=ADE$ » observé; on peut donc résoudre le triangle » AEC, et conclure le côté AE. On con- » noîtra alors trois choses dans le triangle » BAE: l'angle en A, qui est la différence » de BAC à CAE, et les deux côtés qui » le comprennent; par conséquent, on pourra » le résoudre et conclure l'angle AEB ou » son supplément AED: Mais l'angle » $ACD=AED$. Donc, enfin on con- » noîtra dans le triangle ADC le côté AC » donné, l'angle D observé, et l'angle en » C calculé, ce qui fera conclure les distan- » ces AD, CD, qu'il falloit trouver.

» Dans le second cas, où B est intérieur à Fig. 172[1]. » la circonférence, après avoir résolu le » triangle AEC, on retranchera BAC de » CAE, pour avoir BAE; on résoudra le » triangle ABE pour conclure l'angle » $AEB=ACD$; Donc, on trouvera AD » et CD au moyen du triangle ADC.

» Dans le troisième cas, où le point B est Fig. 172[2]. » intérieur, et au-dessous de AC, après avoir » résolu AEC, on ajoutera CAE avec » BAC pour avoir l'angle BAE, et on

» conclura l'angle AEB, ou son égal ACD,
» ce qui fera trouver les distances AD, CD.

F. 172'''. » Dans le quatrième cas, où le point de
» station D est compris entre les points déjà
» déterminés, on résoudra le triangle AEC
» à l'ordinaire, on ajoutera CAE avec BAC
» pour avoir l'angle BAE, et résoudre le
» triangle ABE, qui fera conclure l'angle
» $AEB = ACD$, et trouver les distances
» AD, CD.

» Enfin, dans le cinquième cas, où le point
» D se trouve sur l'alignement AB, puis-
» qu'on connoît l'angle CAD, l'angle
» ADC observé, et le côté AC, on conclut
» tout de suite les distances AD, CD.

F. 172'''. » *Remarques.* On connoîtra si le point
» B est intérieur ou extérieur à la circon-
» férence, en comparant l'un des angles
» observés BDC à l'angle donné BAC
» opposé au même côté connu; si BDC est
» plus petit, le point B est extérieur; si BDC
» est plus grand, le point B est intérieur;
» s'ils étoient égaux, les points B et E se
» confondroient, les quatre points seroient
» dans la même circonférence, et la résolu-
» tion du problême deviendroit impossible.

» Il seroit bon d'appercevoir du point D,

» outre les points A, B, C, un quatrième » point déjà déterminé, on le lieroit avec les » points A et B, comme si le point C n'exis- » toit pas pour former un nouveau système » d'observation, et trouver une seconde fois » la valeur de AD, ou bien, avec les points » B et C, en faisant abstraction de A pour » calculer de nouveau la distance CD (1) ».

Lorsqu'on connoît les angles formés par des rayons visuels, menés du point à placer à trois objets déterminés, on peut résoudre ce problême en ne se servant que de la règle et du compas, ce qui est presque toujours suffisant dans la pratique, où il est souvent inutile que le résultat d'une solution soit déduit des calculs trigonométriques.

Pour représenter sur la carte l'objet A duquel on peut appercevoir trois points B, C, D connus et déterminés, prenez la valeur des angles BAC, CAD; menez sur la carte les lignes BC, CD, et dé- Fig. 175.

(1) Il y a plusieurs solutions de ce problême : Celle que le cit. *Delambre* a donnée dans la *Trigonométrie* de *Cagnoli*, et les formules générales qu'il a rapportées dans son mémoire sur la détermination d'un arc du méridien, page 136, pour calculer les inconnues, dispensent le calculateur de construire aucune figure.

crivez sur ces lignes des portions de cercles, capables des angles mesurés BAC et CAD (14); l'intersection A des deux cercles sera l'endroit où cet objet doit être placé.

PROBLÈME QUATRIÈME.

Connoissant les angles A, B, C *du triangle* ABC *et les distances* AO, BO, CO *d'un point donné* O *aux trois angles, construire le triangle* ABC?

Fig. 174. 268. Cette question, qui pourroit d'abord embarrasser, et qui se présente assez souvent dans la levée des plans, peut se résoudre comme il suit :

Si l'on construit sur un côté donné un triangle abc semblable au triangle ABC, la question sera réduite à trouver dans l'intérieur du triangle abc un point o, dont les distances aux points a, b, c soient dans le rapport des distances connues AO, BO, CO; car alors pour trouver les côtés AB, AC et BC du triangle demandé, il suffira de faire ces proportions :

$$ao : AO :: \begin{cases} ab : AB \\ ac : AC : \\ bc : BC \end{cases}$$

or, en désignant AO par p, BO par q, et

ab par a, je dis que, si ayant porté de a en R une distance égale à $\frac{ap}{q+p}$ et de a en H une distance égale à $\frac{ap}{q-p}$, je décris sur la somme de ces lignes, comme diamètre, une circonférence de cercle, ce cercle aura la propriété que les distances d'un point quelconque de sa circonférence aux points a et b, seront entr'elles comme les nombres p et q, ou comme $AO : BO$.

En effet, soit $o'D = x'$ et $Do = y$, l'équation de ce cercle sera $x'^2 + y^2 = o'R^2$;

or, $o'R = \frac{ap}{2(q+p)} + \frac{ap}{2(q-p)} = \frac{apq}{q^2-p^2}$.

Si, de plus, je fais $ao = z$, $bo = u$ et $aD = x$, j'aurai $o'D$ ou $x' = x + o'a$; mais $o'a$ est la différence entre $o'R$ et aR, qui est

$$\frac{apq}{q^2-p^2} - \frac{ap}{p+q} \text{ ou } \frac{ap^2}{q^2-p^2}.$$

Cela posé, l'équation du cercle HP devient

$$\left(x + \frac{ap^2}{q^2-p^2}\right)^2 + y^2 = \frac{a^2p^2q^2}{(q^2-p^2)^2},$$

ou

$$x^2 + \frac{2ap^2x}{q^2-p^2} + \frac{a^2p^4}{(q^2-p^2)^2} + y^2 = \left(\frac{a^2p^2q^2}{q^2-p^2}\right)^2;$$

d'où l'on tire

$$x^2+y^2=\frac{a^2p^2q^2-a^2p^4}{(q^2-p^2)^2}-\frac{2ap^2x}{q^2-p^2}$$

$$=\frac{a^2p^2(q^2-p^2)}{(q^2-p^2)^2}-\frac{2ap^2x}{q^2-p^2}=\frac{a^2p^2-2ap^2x}{q^2-p^2}.$$

D'un autre côté on a

$$oa=\sqrt{aD^2+oD^2} \text{ et } ob=\sqrt{oD^2+Db^2},$$

ou

$$z=\sqrt{x^2+y^2};\ u=\sqrt{(a-x)^2+y^2}.$$

Mettant la valeur de x^2+y^2, il vient

$$z^2=\frac{a^2p^2-2ap^2x}{q^2-p^2};\ u^2=\frac{a^2p^2-2ap^2x}{q^2-p^2}+a^2-2ax.$$

Tirant la valeur de x de la première de ces équations, il vient, toutes les opérations faites,

$$x=\frac{a^2p^2-z^2(q^2-p^2)}{2ap^2};$$

substituant dans la seconde, il vient

$$u^2=\frac{a^2p^2-(a^2p^2-z^2(q^2-p^2))}{q^2-p^2}$$

$$+a^2-\frac{a^2p^2-z^2(q^2-p^2)}{p^2}.$$

En réduisant, ce qui s'opère facilement, on trouvera $u^2p^2=z^2q^2$, ou $up=zq$, ou enfin $z:u::p:q$, ce qu'il falloit démontrer.

Si, d'après cela, en désignant CO par m, et ac par b, je porte de a en e une partie égale à $\frac{bp}{m-p}$ et de a en f une partie égale à $\frac{bp}{m+p}$, et que sur ef comme diamètre, je décrive une circonférence, elle jouira, d'après ce qui précède, de la propriété que les distances des points de sa circonférence aux points a et c, seront entr'elles dans le rapport de p à m. L'intersection de ce cercle avec le cercle HP donnera par conséquent le point demandé.

Le problême a deux solutions, puisque ces deux cercles se coupent en deux points; mais l'une d'elles s'exclura lorsque les points seront placés l'un en dehors, l'autre en dedans du triangle, et qu'on saura d'avance lequel des deux cas doit arriver.

Remarque. Si les lignes AO, BO, CO étoient égales, on auroit $aH = \frac{ap}{o}$, et $ae = \frac{bp}{o}$, c'est-à-dire que ces distances seroient infinies; mais le point o se trouveroit déterminé par l'intersection de deux per-

pendiculaires élevées, l'une au milieu de ab, et l'autre sur le milieu de ac : si on avoit seulement $AO=CO$, le point o se détermineroit par l'intersection du cercle HP et de la perpendiculaire élevée sur le milieu de ac.

Si on avoit $AO>BO$ la distance aH seroit négative, c'est-à-dire que le centre o' tomberoit sur l'autre côté de la base prolongée : il en seroit de même du centre o'' si on avoit $AO>CO$.

PROBLÈME CINQUIÈME.

Mesurer la distance A B *qui traverse une forêt, en supposant que du point* A *seulement on puisse appercevoir le point* B ?

Fig. 175. 269. On mesurera les lignes Ac, ce, ef, fg, gB, ainsi que les angles qu'elles forment; puis, comme on suppose que du point A on peut appercevoir le point B, on prendra l'ouverture de l'angle BAc, et toute l'opération sera terminée sur le terrein.

On imaginera le triangle rectangle Adc, dans lequel on connoîtra tout ce qu'il faut pour déterminer Ad et cd.

On supposera aussi le triangle rectangle eic,

e i c, au moyen duquel on calculera le côté $ci = dk$.

Imaginez *f m* parallèle à *el* ou *ek*, et cherchez le côté $fl = km$, au moyen du triangle-rectangle *e lf*. Opérez de la même manière pour trouver les distances $gn = mo$, et *Bo*; Enfin, réunissez *A d*, *dk*, *km*, *mo*, *Bo*, et vous aurez la distance *AB*.

Si, au lieu de cette distance il eût fallu connoître celle du point *A* au point *h*, et que faute d'appercevoir ce dernier point, on eût opéré comme ci-dessus, on seroit parvenu à déterminer cette dernière distance en cherchant d'abord, et de la même manière, les lignes *Bp*, *pr*, *q r* et *hq*: or, $Bp + qr = Bs$: et $hq + pr = hs$; on connoîtra donc dans le triangle-rectangle *A s h*, les côtés *hs*, *As*, car ce dernier $= AB - Bs$. Donc, on pourra calculer l'hypoténuse *A h*.

On pourroit trouver *AB* ou *Ah* en cherchant la longueur de chacun des rayons menés du point *A* aux détours *e*, *f*, *g*, *B*, *r* et *h*.

C'est en opérant de cette dernière manière qu'on peut connoître la distance qu'il y a entre deux villes très-éloignées l'une de l'autre, lorsqu'elles ne sont liées ensemble

que par une suite de plusieurs triangles dont les côtés et les angles sont connus.

PROBLÈME SIXIÈME.

Mener une ligne droite d'un point à un autre, malgré les obstacles, tels que des bois, des bâtimens, &c., *qui empêchent que de l'un de ces points l'on ne puisse voir l'autre ?*

270. On pourroit se servir de la pratique du n°. 244 pour résoudre ce problême ; mais voici une autre méthode qui est plus expéditive :

Fig. 176. S'il faut du point A mener une ligne droite au point B, tirez à volonté une droite AC, que vous mesurerez; prenez la valeur de l'angle ACB, et mesurez BC: Alors vous aurez un triangle ABC, dans lequel vous connoîtrez deux côtés et l'angle compris ; vous pourrez donc trouver l'angle A et le côté AB si vous en avez besoin.

Ensuite, si du point A sur la base AC, vous ouvrez un angle égal à celui BAC, vous aurez une ligne dirigée du point A au point B.

Si cette ligne ne tomboit pas précisément au point B, on la rectifieroit comme au n°. 244.

Si l'on ne trouvoit pas de point C, duquel on pût appercevoir à la fois les deux points A et B, on pourroit s'y prendre de la manière suivante :

On choisiroit un point E, d'où l'on pût appercevoir le point B et un autre point C d'où l'on apperçût les points A et E : alors mesurant ou déterminant par quelque expédient que ce soit, les distances AC, CE, BE, on observeroit au point C l'angle ACE, et au point E l'angle BEC; on calculeroit le côté AE et l'angle AEC: retranchant ce dernier angle de l'angle observé BEC, on auroit l'angle AEB; et comme on vient de calculer AE et qu'on a mesuré BE, on trouveroit l'angle ABE, avec lequel on traceroit la ligne AB.

Si l'on veut trouver plusieurs points de cette ligne sans avoir recours à l'angle ABE, on opérera ainsi : Faites planter des jalons selon telle direction Ed que vous voudrez, et mesurez l'angle BEd; calculez le côté Ed, et portez sur la direction de ce côté une distance égale à celle qu'on a calculée;

le point *d* où vous vous arrêterez sera dans l'alignement des deux points *A* et *B*.

PROBLÈME SEPTIÈME.

Du sommet d'une hauteur donnée perpendiculaire à l'horizon, mesurer la distance horizontale de deux objets situés dans la plaine ?

271. Soit *B* le point élevé de la quantité connue *AB*, et soit *CD* la distance à déterminer.

Fig. 177. Placez-vous au point *B* pour y mesurer les angles *CBD*, *ABD*, *ABC*, et réduisez le premier à l'horizon pour avoir l'angle réduit *CAD* : Puis, au moyen des angles observés au point *B*, et de l'angle droit *A*, calculez les côtés *AC*, *AD*, qui serviront à déterminer *CD*.

De la levée des plans des édifices civils.

272. Ce n'est pas assez qu'un arpenteur sache lever le plan d'un terrein, il faut aussi qu'il puisse lever celui d'un bâtiment, soit pour la curiosité de ceux qui l'employent, soit pour y projetter des changemens, des augmentations, &c.

Pour lever le plan d'un édifice avec exactitude, il faut, à l'ordinaire, en former le canevas, prendre les dimensions des principales parties de cet édifice, telles que sa longueur et sa largeur extérieures, la longueur et la largeur des pièces qui le composent, en ayant soin de mesurer toutes les parties de chacune de ces différentes pièces. Enfin, on écrit à mesure toutes ces dimensions sur le canevas qui représente cet édifice.

Si l'on veut lever le plan de l'édifice civil représenté par la figure 178, on lèvera d'abord le plan de la cour $ABCD$, par quelques-uns des moyens que nous avons enseignés (on mesure communément tous les côtés AB, BC, CD, AD et une diagonale BD quand cela est possible); puis, on mesurera la distance AF et la longueur EF de la porte principale; la largeur des portes, des fenêtres et les intervalles de toutes les parties qui composent les différens bâtimens situés dans cette cour. Fig. 178.

Cette opération étant achevée, on entrera dans les appartemens pour y lever successivement le plan de chaque pièce en particulier, en observant de mesurer, non-seulement la longueur des côtés de chaque pièce,

mais encore la largeur des portes, celle des fenêtres, la largeur et profondeur des cheminées, &c. Enfin, on mesurera dans chaque pièce une diagonale allant d'un angle à son opposé.

Quand le plan de toutes les pièces qui composent le rez-de-chaussée sera levé, on passera aux étages supérieurs pour y faire les mêmes opérations, et si l'on veut représenter l'élévation de ce bâtiment, il faudra encore mesurer la hauteur de chaque étage, la distance d'une fenêtre à une autre, leur hauteur, &c.

Le canevas de l'édifice proposé étant terminé, on passera aux jardins, dont on lèvera le plan, comme il a été enseigné; et si l'on propose de tracer sur le terrein un projet de jardin, on aura soin de cotter d'abord sur le plan ses principales dimensions, puis celles de toutes les parties qu'on a dessein de représenter. Cette préparation étant faite, il ne s'agira plus que d'exécuter sur le terrein ce que l'on verra sur le plan, en donnant aux lignes qu'on tracera autant de mesures qu'on en verra de marquées sur le plan le long de leurs correspondantes.

Ces sortes de projets se tracent très-com-

modément sur le terrein, au moyen de la planchette, sur laquelle on attache le plan ; car en se plaçant successivement à des points connus et déterminés, il ne s'agit que de diriger des rayons visuels sur les lignes du plan, et de leur donner la longueur qu'on voit écrite sur leurs correspondantes. Quant aux cercles ou portions de cercles, après en avoir déterminé les centres, conformément au plan, on les tracera avec une chaîne ou un cordeau.

Du lavis des plans topographiques.

273. Lors qu'un plan est mis au trait, on donne à chaque objet qu'il représente la couleur qui lui convient. Parmi les couleurs qu'on employe, les principales sont, l'*encre de la Chine*, le *carmin*, la *gomme gutte*, le *verd-d'eau* et le *bleu de Prusse* (1). Avec le mélange de ces premières couleurs, on peut faire toutes celles que l'on voudra, en observant de mélanger ensemble des couleurs

(1) Le carmin et le bleu de Prusse, quand ils sont employés seuls, doivent être gommés avec de la gomme arabique.

fortes, afin de mettre plus aisément la teinte au degré convenable, en y mettant de l'eau.

On représente les édifices par leur assiette seulement, sans élévation, et si la couverture est en ardoise, on la lave avec de l'indigo pâle, et si elle est de tuiles, on se sert de carmin dans lequel on met très-peu d'encre de la Chine.

Pour représenter les bois, on commence par mettre intérieurement le long des lisières, une teinte d'encre de la Chine adoucie à mesure en allant vers le centre du bois; puis on lui donne un fond d'un verd léger, fait avec de la gomme-gutte et un peu de verd-d'eau, et quand cette teinte est sèche, on dessine les arbres à la plume avec de l'encre de la Chine, et on les ombre avec le pinceau chargé d'encre de la Chine pâle, sur laquelle on revient à mesure qu'elle sèche.

Les terres labourables se lavent ordinairement avec une teinte platte verte, rousse ou rouge très-légère, et quand cette teinte est sèche, on trace les sillons de chaque pièce avec de la gomme-gutte et un peu d'encre de la Chine.

On représente les vignes, en mettant une

teinte platte, couleur de chair, peu foncée, qui se fait avec le carmin et la gomme-gutte; puis, quand cette teinte est sèche, on fait les échalats avec de l'encre de la Chine, par un petit trait sur lequel on dessine une espèce d'S.

On exprime les prés d'un verd léger, fait avec de la couleur d'eau et de la gomme-gutte, en observant de mettre la teinte plus forte sur les rives qui bordent les rivières, ruisseaux, &c., et on adoucit en allant vers le milieu.

Quand la couleur est sèche, on fait par-dessus, avec de l'encre de la Chine pâle, quantité de petits points variés, parmi lesquels on représente quelques petites touffes d'herbes, les unes s'épanouissant et les autres formant la pomme.

Les rivières et les ruisseaux se lavent avec du bleu de Prusse très-léger, sur lequel on passe, à mesure qu'il sèche, des traits en sillonnant avec la pointe du pinceau, jusqu'au milieu de la rivière, en observant de commencer du côté de l'ombre; et pour connoître de quel côté l'eau coule, on est convenu d'y dessiner une flèche, dont le *dard* indique le courant de l'eau.

On exprime les ravins avec une couleur composée d'encre de la Chine et de carmin ; on la pose aux extrémités supérieures, et on l'adoucit vers le fond du ravin. Enfin, on fait de part et d'autres des côtés du ravin, des petites hachures de différentes grandeurs.

Quand il s'agit d'exprimer les dépendances d'une maison de campagne, il faut dessiner le *parterre*, le *potager*, le *parc*, les *bosquets* &c., et appliquer les couleurs convenables à chaque objet.

Je n'insisterai pas davantage sur la manière d'exprimer toutes ces choses, parce que la pratique et un bon maître en apprendront plus que tout ce qu'on pourroit dire à cet égard. Ceux qui voudront se livrer à la pratique du lavis des plans, pourront consulter le *Traité de la Science des Ombres, par Dupain l'aîné.*

Des Procès-Verbaux.

274. Un procès-verbal est un récit de faits. Les anciennes ordonnances et la raison veulent que pour prévenir les erreurs de la mémoire, ce procès-verbal soit rédigé sur les lieux et à l'instant même de l'opération.

Nous nous dispenserons de donner ici les différentes formules usitées pour les procès-verbaux, parce que ces formules se trouvent par-tout, et qu'il est impossible de les adapter à toutes les circonstances ; de plus, nous pensons que, d'après la jurisprudence actuelle, quelle que soit la forme et la rédaction d'un procès-verbal, il sera toujours valable, si tous les faits y sont énoncés d'une manière claire et concise, si, sur-tout les calculs numériques y sont bien exprimés et mis à la portée des personnes mêmes qui n'ont pas la connoissance des principes géométriques ; enfin nous présumons qu'avant de se livrer à l'étude de l'Arpentage, on s'est mis en état de dresser un procès-verbal.

FIN.

DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME.

QUATRIÈME PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

De la Topographie, ... *page* 1

Attention qu'il faut avoir en prenant la valeur des angles pour établir le fond d'une carte, ... 2

Problême premier. Lever la carte d'un pays, et déterminer, par le calcul, les distances des objets les plus apparens, ... 3

Note sur le *Parallélisme*, ... 6

Manière de tenir note de l'opération faite à chaque station, ... 7

Construction des triangles sur le papier, ... 8

Table pour le calcul des principaux triangles d'un canevas de carte, ... 10

Moyen d'éviter et de rectifier les erreurs qu'on pourroit faire en observant les angles, ... 12

Manière de tenir note des observations qui ne sont point faites au centre, ... 14

Note sur la disposition de cette table, ... *ibid.*

Observations sur la marche à suivre en réduisant les angles au centre, *page* 15
Quand les objets qu'on observe sont trop inclinés, il faut réduire les angles à l'horizon, 17
Table dans laquelle on écrit ordinairement le résultat de ces sortes d'opérations, *ibid.*
Calculer toutes les distances horizontales des principaux points qu'on a observés, 18
Moyen de parvenir à la résolution des triangles dans chacun desquels on ne connoît qu'un côté et un angle opposé à ce côté, 19
Remarque sur le rapport des triangles dont les côtés sont connus par le calcul, 20
Problême II. Calculer tous les principaux points d'une carte à l'égard d'une ligne méridienne et de sa perpendiculaire, 22
Détail des cartes topographiques, 25
L'endroit auquel on est placé, peut être l'un de ceux dont la position a été observée, ou l'un de ceux dont la position est inconnue { Premier cas, 26 ; Deuxième cas, 27
Quand l'opération n'exige pas une grande précision, la boussole a de l'avantage sur le graphomètre pour lever le détail d'un plan, 30
Problême III. Lever le détail d'un plan avec la boussole, en supposant les principaux points de ce plan déterminés par des opérations précédentes, 31
Manière indiquée par quelques auteurs, d'écrire le résultat de ces opérations lorsque le canevas est compliqué, 33

Problême iv. Rapporter sur le papier les objets observés sur le terrein avec la boussole, *page* 33
On peut, en observant avec la boussole, se dispenser de faire des stations à tous les points, 34
Etablir les principaux points d'une carte avec la planchette, 35
Problême v. Lever le plan d'une ville, d'un bourg ou d'un village, 39
Attention qu'on doit avoir, ainsi que le prescrivent différens auteurs, quand il s'agit de lever le plan d'une ville un peu considérable. 41

CHAPITRE II.

Du Nivèlement, 42
Définitions des termes les plus usités, *ibid.*
Formule au moyen de laquelle on trouve le haussement du niveau apparent par-dessus le vrai, 44
Pour former une table de haussement, on multiplie 0,000786 par les nombres 4, 9, 16... etc. 45 (note)
Table des haussemens du niveau apparent, depuis 10 jusqu'à 1000 décamètres, 46
Problême premier. On demande si deux objets éloignés l'un de l'autre d'une certaine distance, sont de niveau, ou de combien l'un est plus éloigné que l'autre du centre de la terre, 47
Problême ii. Faire un grand nivèlement composé, 48
Registres où sont écrites les observations faites pour ce nivèlement, 50
Chercher de combien un point d'une rivière est plus élevé ou plus abaissé qu'un autre point d'une autre

rivière, et déterminer les endroits où pourroit être fait un canal de communication entre ces deux points, *page* 51

CHAPITRE III.

Des coupes réglées, ou de la division des bois en général, 53

Pour mettre un bois en coupes réglées, il faut en lever le plan, en connoître sa superficie, et prendre pour base le plus long et le plus avantageux de ses côtés, *ibid.*

Problême premier. Mettre un bois, par exemple, en quatorze coupes, en supposant la possibilité de renfermer ce bois dans un rectangle, 54

Note sur le procédé qu'on peut employer pour ôter le quart de réserve, 55

Mettre un bois, tenant à d'autres bois, en coupes réglées, 57

Remarque sur l'inconvénient de cette méthode de la division des bois, et moyen qu'on employe ordinairement pour rendre les coupes plus régulières, *ibid.*

Problême ii. Mettre un bois en triage de vingt-cinq coupes, 58

Note. Dans la pratique, on se sert communément de l'échelle et du compas, pour calculer les portions de bois, 60

Vérification qu'il faut faire avant de procéder à la division des bois, *ibid.*

Problême iii. Tracer sur le papier les coupes d'un triage, 61

La multitude des sinuosités qui se trouvent presque

toujours dans ces sortes de figures, empêchent que l'on ne soit assujetti au calcul trigonométrique ; on se contente du calcul au compas et à l'échelle, *p.* 62

Tracer sur le terrein les coupes d'un triage rapporté sur le papier, 63

Du réarpentage ou récolement, 64

Lorsque le bois qu'on met en triage étoit divisé auparavant en une autre quantité de coupes, on tient un état de la quantité des taillis des différens âges qui se trouvent enclavés dans chaque vente, 66

Précaution qu'il faut avoir en plaçant les numéros des ventes, 68

Estimation des fenilles en *perte* ou en *gain*, 69

Moyen de percer des routes dans des forêts, dans le cas où les méthodes ci-d.vant enseignées, no seroient point praticables, 70

Percer une route dans un bois au moyen de la boussole, 71

L'usage de la boussole est avantageux, sur-tout pour élever des perpendiculaires dans les bois, et pour tracer ds routes parallèles à d'autres rontes, 73

On se sert aussi de la planchette pour tracer des routes dans les forêts, 74

CINQUIÈME PARTIE.

Autre manière de résoudre le problême du n° 65, 77

Lorsqu'il fait soleil on peut résoudre la question du n° 66, par le moyen de l'ombre, 78

Remarque sur cette méthode, *ibid.*

On

On peut encore résoudre le même problême au moyen d'un miroir, 79
Méthodes approximatives d'avoir la surface d'un triangle équilatéral, *ibid.*
Observations sur ces méthodes, 80
Elever une perpendiculaire sur un point qu'on ne peut découvrir, 81
Etablir une laie dans un bois entre deux bornes, 82
Autres moyens de résoudre le problême du n°. 73, 83
Différens cas où l'on peut se trouver en mesurant la surface d'un triangle, 86
Moyens de connoître le diamètre d'un cercle qui n'est point fini, 89
Rapports qu'on peut employer pour avoir la surface d'une cercle quelconque, 91
On peut aussi, et cela est même plus simple et plus exact, se servir des *logarithmes constans* pour avoir la superficie d'un cercle, 92
Moyen de mesurer un angle plus grand que 190°, lorsque le sommet de cet angle se trouve environné d'obstacles, 93
Autres moyens de résoudre la question du n°. 104, *ibid.*
Connoître à quelle distance on est d'un objet que l'on voit, sans se servir d'aucun instrument pour mesurer les angles, et sans avoir recours aux différens moyens enseignés pour la mesure des distances, 95
Problême premier. Connoissant la distance de deux objets auxquels il est impossible d'aller, trouver celle de deux autres objets que l'on ne peut observer d'aucun endroit, en supposant que de chacun de ces objets on puisse voir les trois autres, 96

Résoudre la question du n°. 105 sans faire de calcul, 99
Moyens de surmonter les incidens qui peuvent se présenter en résolvant la question du n°. 109, *ibid.*
Trouver la superficie d'un quadrilatère, en mesurant seulement les angles et deux côtés opposés, 101
En s'éloignant un peu des limites d'une figure quelconque, on peut trouver la superficie de cette figure avec une chaîne seulement ou un bâton d'une mesure connue, 102
Résoudre la question du n°. 167, en supposant l'impossibilité d'entrer dans la figure à diviser, et moyen de mettre plus de régularité dans les figures du partage, 103
Procédé, communément usité dans la pratique, pour ôter une quantité donnée d'une figure quelconque, 104
Exemple de cette opération, 105
Problême II. Tracer une ligne méridienne sur le terrein, 106
Trouver la déclinaison de l'aiguille aimantée de la boussole, 108
Des bornes; leur utilité, et les formalités qu'on observe en les plantant, 109
Vérification d'un procès-verbal d'abornement, 111
Les arpenteurs sont dans l'usage de donner des plans, qu'ils appellent *figurés;* ces plans sont souvent inutiles aux personnes qui ne connoissent point les règles de la géométrie élémentaire, 113
Les difficultés qui se présentent lorsqu'on opère sur le terrein, viennent encore de ce que l'on ne peut pas lier son point d'observation aux autres points

observés, et que l'on ne dirige pas l'instrument sur le centre de l'objet observé, &c. *pag.* 115
Connoître les trois angles d'un triangle, dont le sommet, qu'on ne peut appercevoir, est le centre d'un objet sur lequel il est impossible de se placer, 117
Remarque sur ce procédé, *ibid.*
Déterminer la ligne qui passe par le centre de deux objets distans l'un de l'autre d'une certaine quantité, en supposant ces objets tels, que l'un étant beaucoup plus gros que l'autre, il couvre le plus petit de façon qu'on ne voit pas si l'on est dans la direction de leurs centres, 118
Problême III. Calculer la position d'un point que l'on n'a pu appercevoir d'aucune station; mais duquel on peut observer trois autres points déjà déterminés, 120
On peut résoudre ce problême en ne se servant que de la règle et du compas, 123
Note sur la solution de cette question, *ibid.*
Problême IV. Connoissant les angles d'un triangle et les distances d'un point donné aux trois angles; construire ce triangle, 124
Remarque sur ce problême, 127
Problême V. Mesurer une ligne droite qui traverse une forêt, en supposant que d'une extrémité de cette droite seulement on puisse appercevoir l'autre extrémité, 128
Problême VI. Mener une ligne droite d'un point à un autre, malgré les obstacles, tels que des bois, des bâtimens, &c., qui empêchent que de l'un de ces points l'on ne puisse voir l'autre, 130

PROBLÊME VII. Du sommet d'une hauteur donnée perpendiculaire à l'horizon, mesurer la distance horizontale de deux objets situés dans la plaine, *pag.* 132
De la levée des plans des édifices publics, *ibid.*
Du lavis des plans topographiques, 155
Des Procès-verbaux, 238

Fin de la Table du Tome second.

Errata du tome second.

Pag. 22, en marge, fig. 135, *lisez* fig. 134 et 135.
— 23, *lig.* 25, *n's'*, *lisez n s.*
— 27, — 19, où elles doivent être, *lisez* où elles doivent l'être.
— 31, — 15, des degrés, *lisez* de degrés.
— *ib.*, — 18, *supprimez le mot* quelconque.
— 32, — 26, *E N*, *lisez F N.*
— 33, — dernière, an, *lisez* au.
— 34, en marge, fig. 136*, *lisez* fig. 136 et 136*.
— 41, — 12, si ce plan a une très-grande étendue, *lisez* si la place a une très-grande étendue.
— *ib.* — 24, le mot *inclinées* doit être à la ligne suivante, après le mot *distances.*
— 87, — 7, on pourroit, *lisez* on pourroit.
— 93, — 4, 192°, *lisez* 190°.
— 96, en marge, *lisez* fig. 162*.

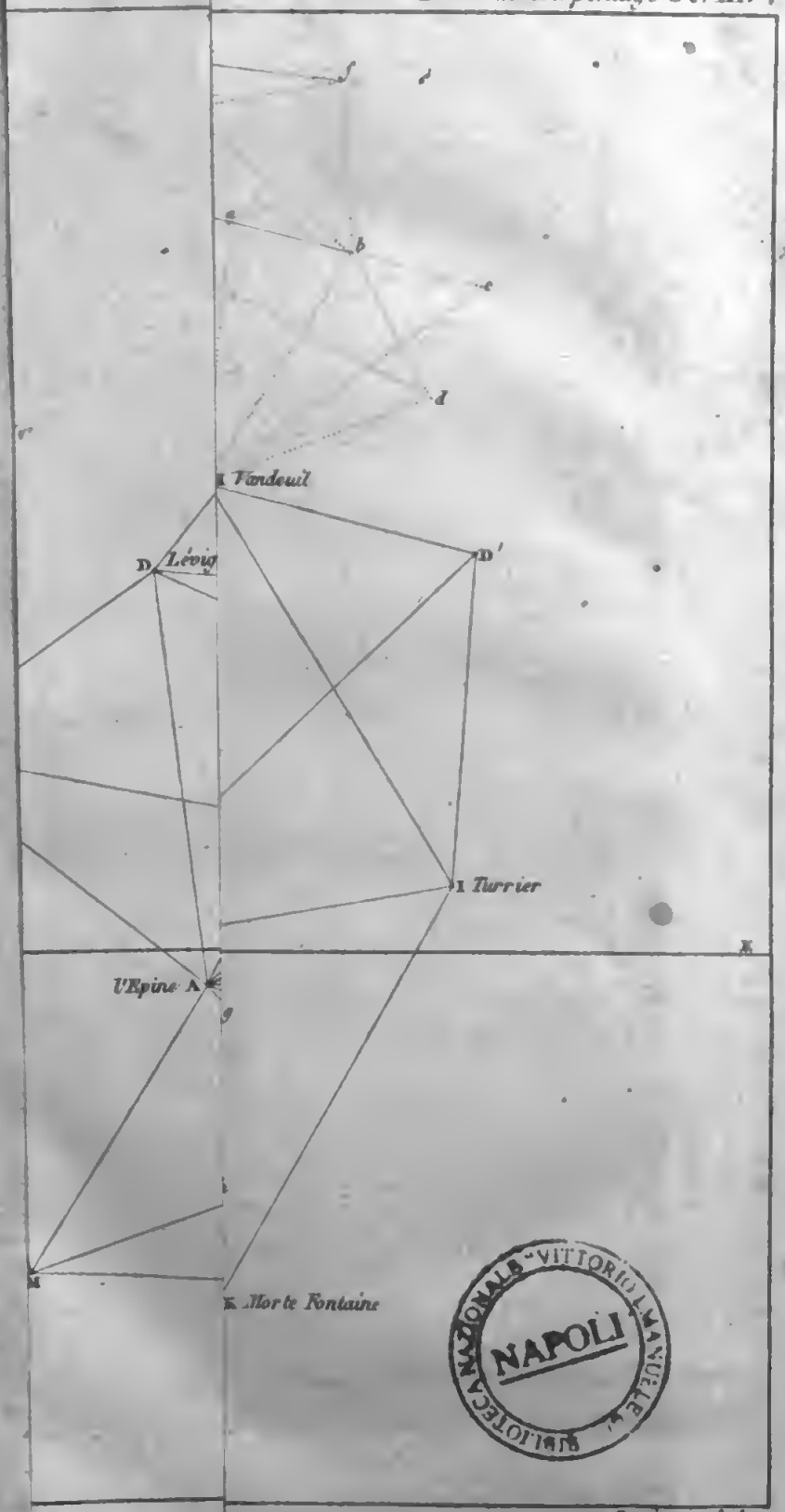
OBS. On peut trouver *A D*, fig. 157, n°. 246, sans employer le compas et l'échelle; car les triangles rectangles *ABD*, *BCE* étant semblables, on a *B E* : *B D* :: *B C* : *A B*,

d'où $$AB = \frac{BC \times BD}{BE};$$

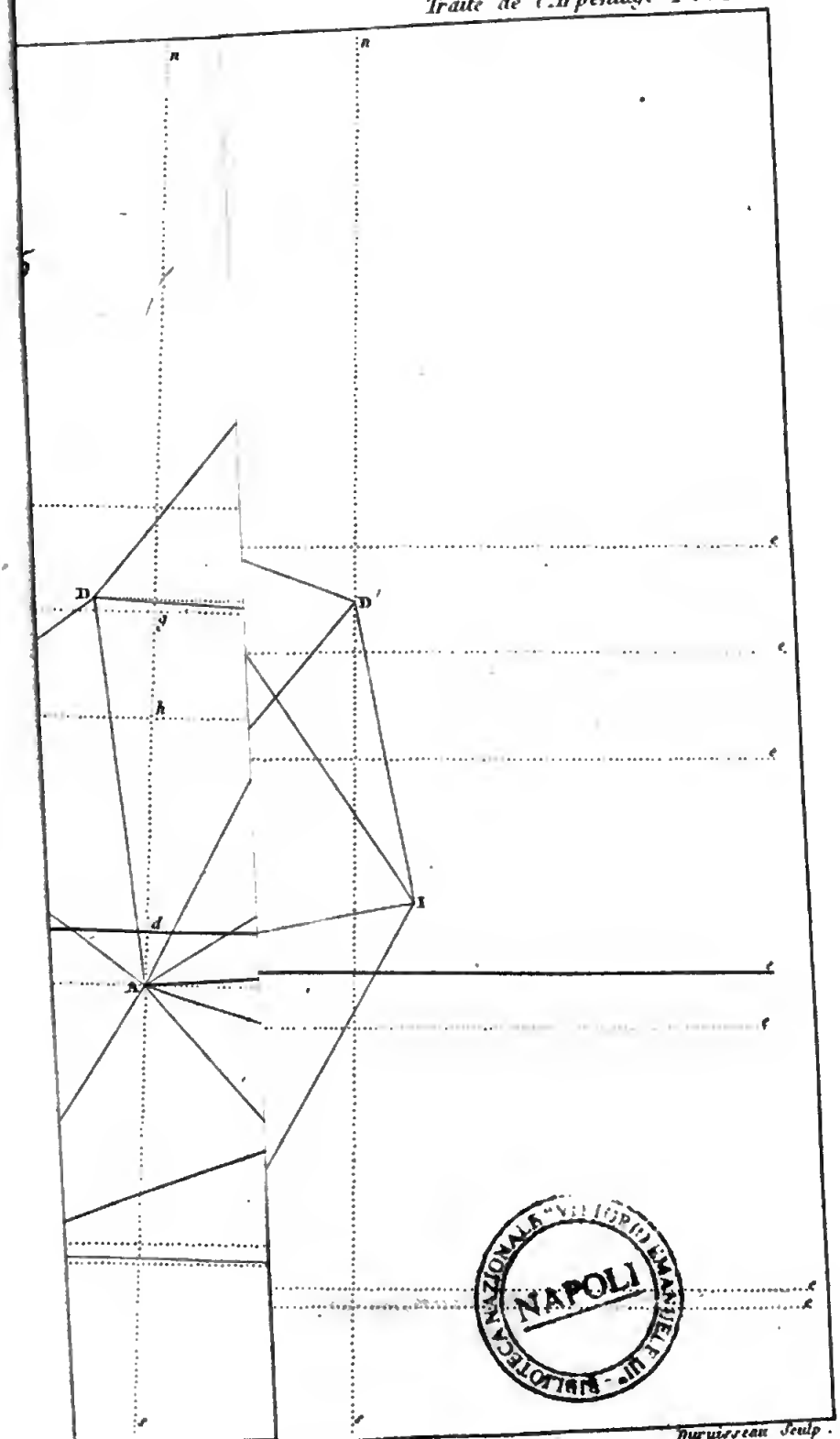
par conséquent,

$$AD = \sqrt{\left(\frac{BC \times BD}{BE^2}\right)^2 - BD^2}$$

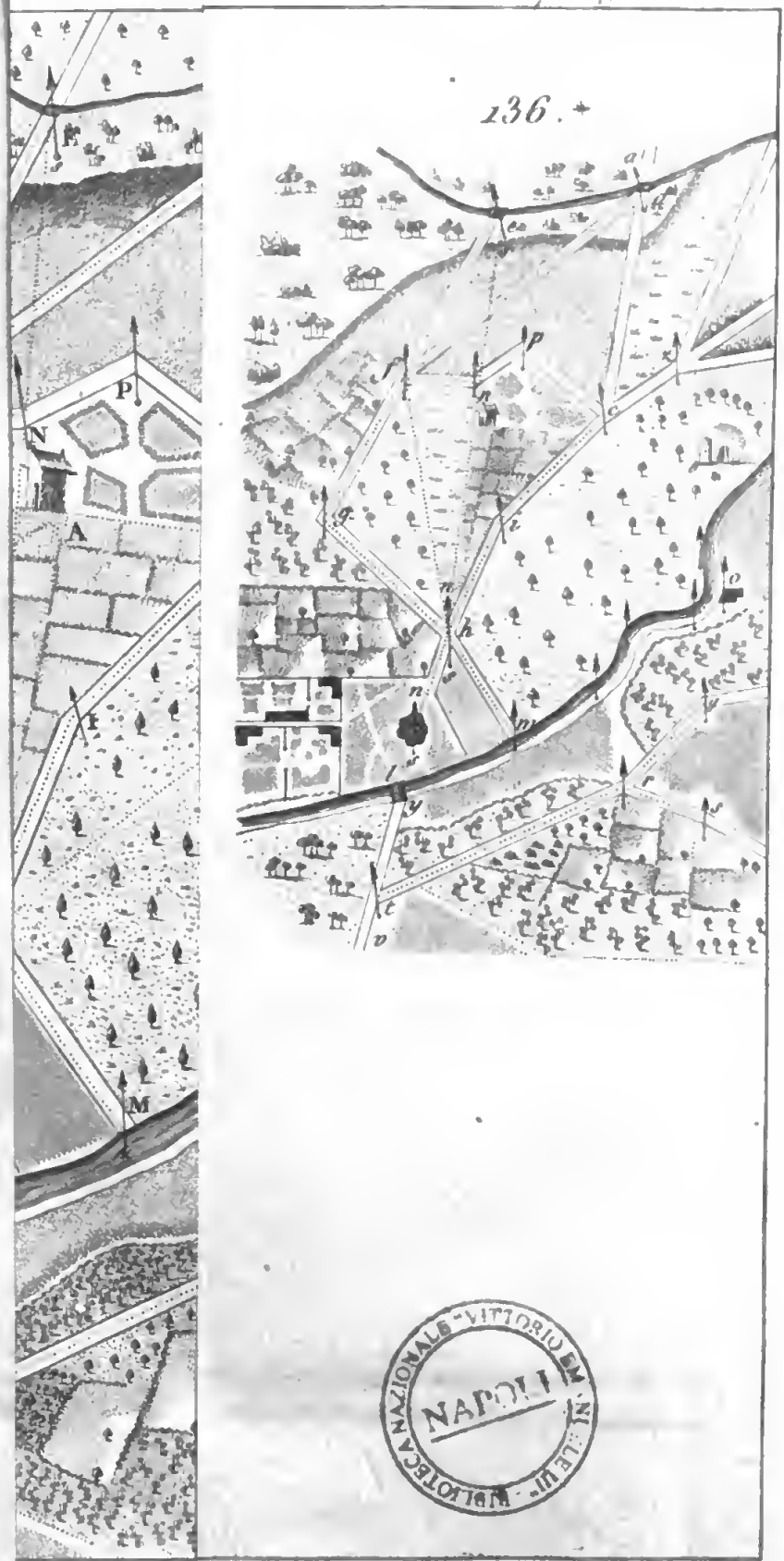
or, *B C*, *B E* sont mesurés, et puisque le point *D* est déterminé, on pourra aussi mesurer *B D*; donc, *A D* peut se déduire d'un calcul géométrique.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

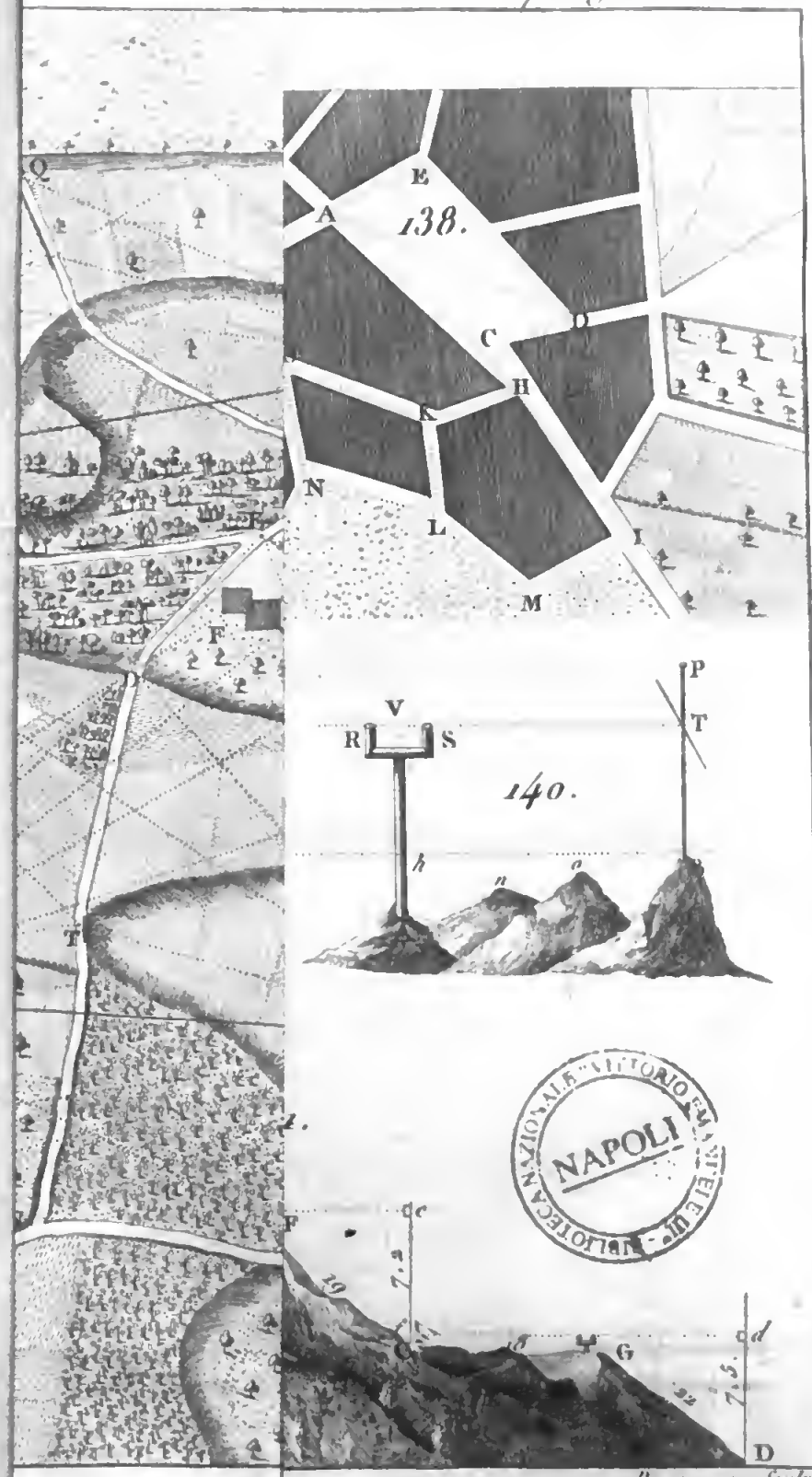


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI



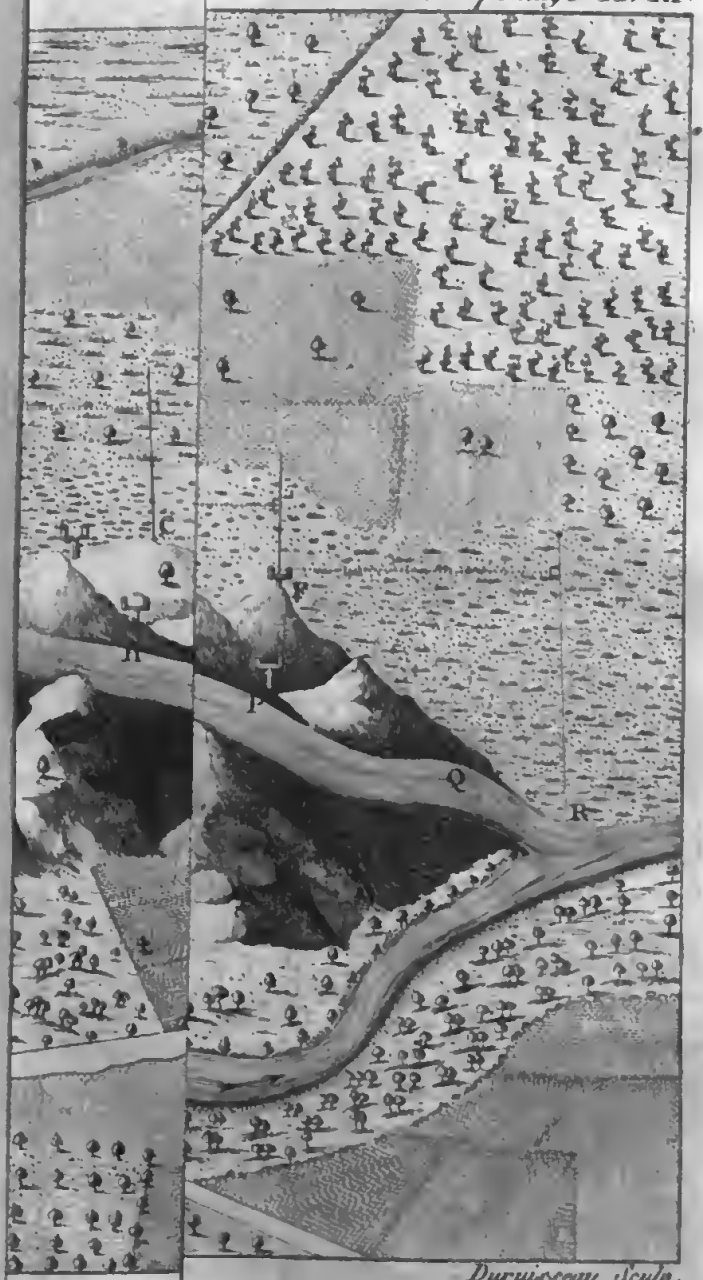
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EM. III
NAPOLI

Duruisseau Sc.



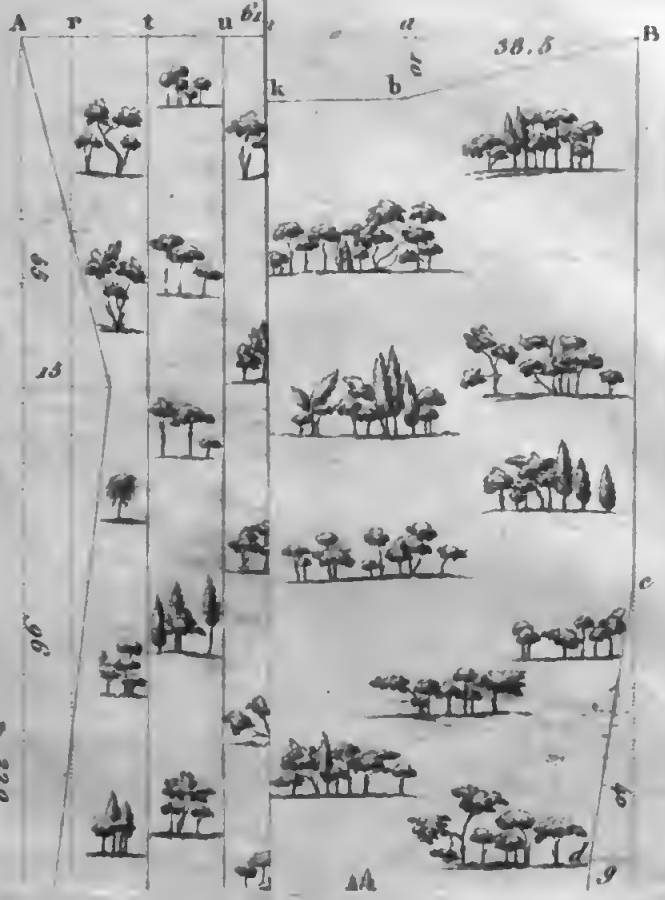
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

Duruisseau Sculp.

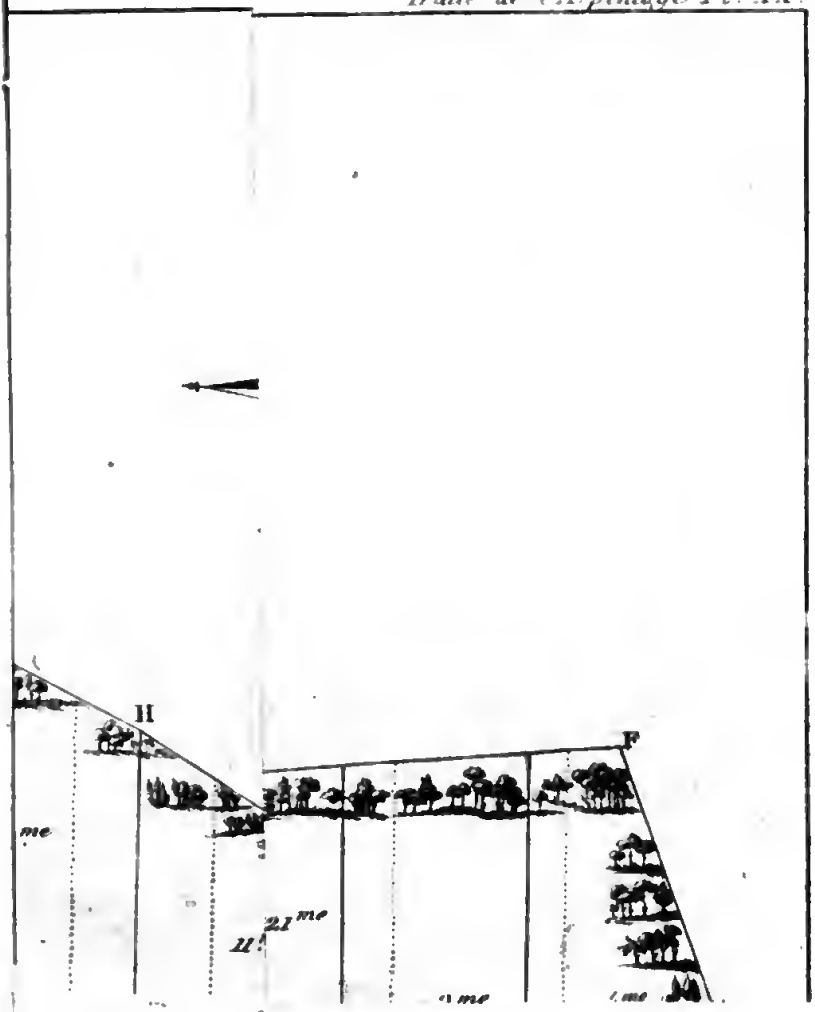


Duruisseau Sculp.

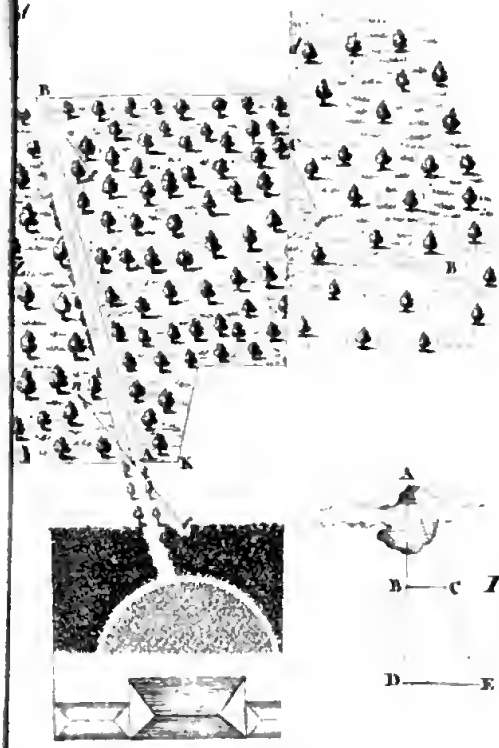
BIBLIOTECA VITTORIO VENETO

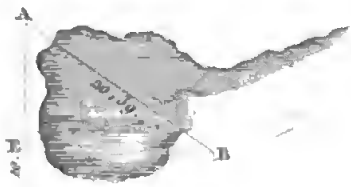


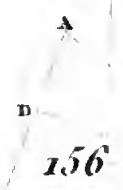
Puissieux Sculp.

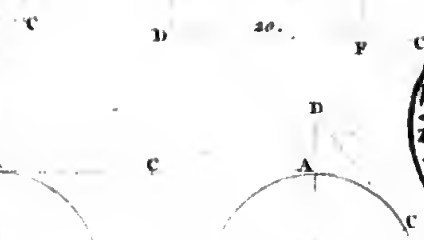


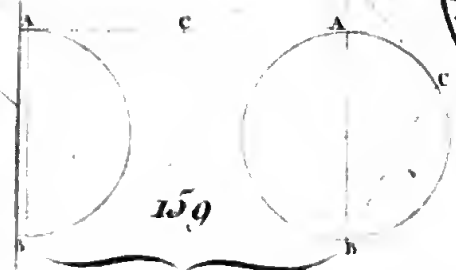
Duruisseau Sculp











Durmiseau Sculp.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

160

161

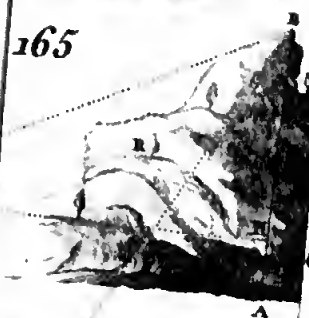
163

168

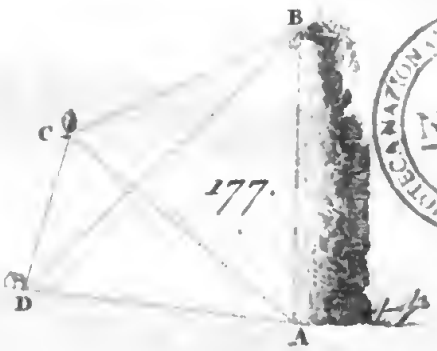
165

169

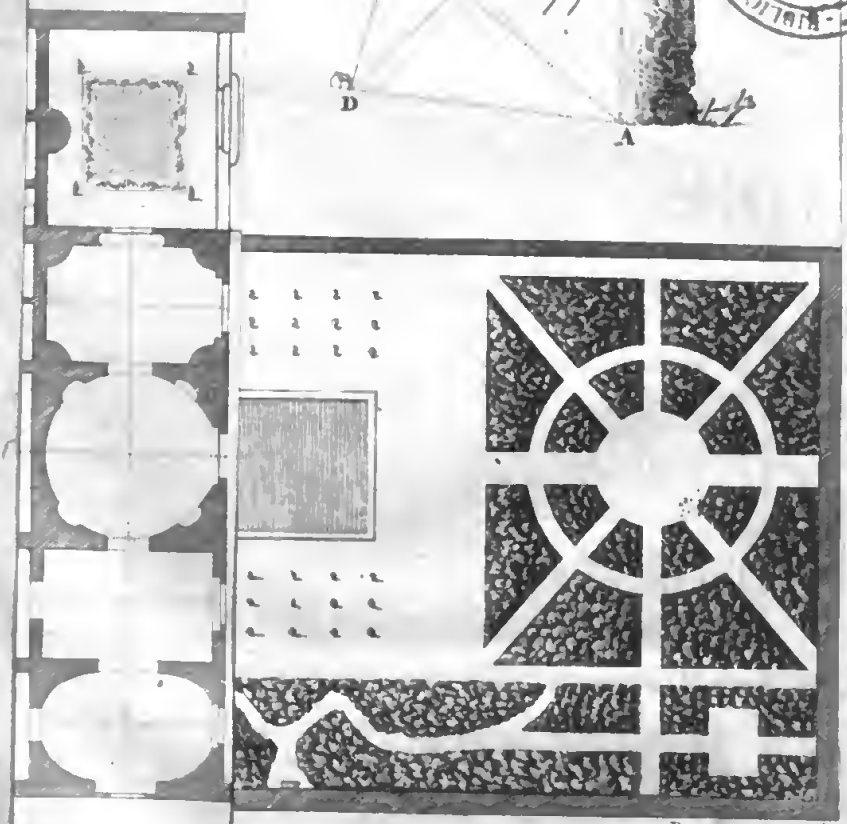
173



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI



Durand. eau Sculp.

Digitized by Google

APPENDICE.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

1. La Planchette, comme on sait, n'est autre chose qu'une table ambulante; sa forme est arbitraire, et dépend de celui qui en fait usage : les uns préfèrent celles à châssis et à cylindre, et d'autres ne veulent qu'une planche unie, sur laquelle on fixe un papier. J'ai remarqué que les planchettes à châssis n'étaient pas sans inconvéniens; le cylindre donne plus de facilité pour filer une longue ligne sans changer de papier, et, sous ce rapport, il devient avantageux.

Avec la planchette il faut une alidade pour opérer; elles peuvent être ou de bois ou de cuivre : les premières sont souvent trop légères et peu exactes; les dernières sont susceptibles de plus de précision dans les pinules, de facilité à tracer les lignes, de stabilité sur la planchette, et l'on peut plus facilement y graver son échelle; en un mot, c'est, à mon avis, celle qu'on doit employer. Il est à remarquer que les pinules doivent être assez hautes pour plonger sur les élévations ou dans les enfoncemens; dans les pays montueux, il est même nécessaire d'avoir une alidade à lunettes plongeantes, pour être à même de viser à tous les objets sans incliner l'instrument; par ce moyen, les rayons visuels que l'on trace sur la planchette, mise de niveau, sont dans un même plan horizontal, et n'ont pas besoin de réduction : c'est là un des avan-

tages de cette tablette dans les pays qui offrent de grandes inégalités de terrains.

L'alidade suffit, avec la planchette, pour construire toutes sortes de figures, et parconséquent pour lever le plan d'une commune; néanmoins il est bon de faire en même temps usage du *déclinatoire*, qui n'est autre chose qu'uue boîte rectangulaire, dans laquelle est une aiguille aimantée; cet instrument sert à orienter la planchette toujours au même degré de déclinaison, et avertit celui qui opère, des erreurs graves qu'il pourrait commettre : son usage sera expliqué plus loin, ainsi que les avantages qu'on peut en tirer.

Beaucoup de personnes prétendent que la planchette ne donne pas assez de précision pour être employée au levé des plans; je conviens que si l'on aspirait à une grande exactitude dans l'évaluation des surfaces, il ne faudrait pas en faire usage, puisqu'avec cet instrument les contenances ne se déduisent que des opérations graphiques. Si l'on voulait se donner la peine de faire les calculs nécessaires, un instrument qui donnerait la valeur des angles serait, sans contredit, préférable; mais quel est l'arpenteur qui voudrait s'astreindre à tant de calculs, surtout lorsque le plan contient beaucoup de détails; il faut donc avoir recours au rapporteur pour construire son plan, et je pense qu'alors l'avantage qu'on obtient d'abord au graphomètre, se perd, et peut être au-delà, par le rapport, surtout dans les pays couverts et bettis. Malgré plusieurs de ces défauts (*), la planchette aura toujours beaucoup

(*) Il faut y assujétir un papier; la mettre de niveau sur son pied; le transport, son dérangement par le vent, et la moindre pluie qui empêche de travailler.

de partisans, et l'expérience démontre suffisamment qu'on peut l'employer avec succès pour faire les détails d'une carte ; elle a d'ailleurs, dans ces sortes d'opérations, un avantage sur le graphomètre ; on peut par son moyen vérifier son travail sur le terrain, chaque fois qu'on apperçoit un objet déjà posé sur la planchette ; cela se rendra plus sensible par des exemples.

Si le plan qu'on veut construire est d'une petite étendue, environ cent à deux cents arpens, par exemple, on peut procéder au levé de ce plan sans opération préalable ; mais s'il s'agit du détail d'un grand domaine, ou d'une commune, il est indispensable d'assurer les principaux points par une trigonométrie faite avec un instrument qui donne au moins les minutes : c'est par le secours de ces points bien placés, qu'on rectifie les petites erreurs inévitables dans la pratique du levé d'un détail un peu étendu. Commençons par la construction d'un plan de peu de surface. Soit la figure première dont on veut lever et construire le plan.

Pour résoudre cette question je ne ferai point usage du déclinatoire, parcequ'il devient inutile dans une opération aussi simple. Muni de ma planchette sur laquelle j'ai assujéti un papier, de mon alidade, de ma chaîne, de mes jalons, d'un crayon et de mon compas, je me transporte sur le terrain, accompagné de mes porte-chaîne ; j'examine la figure et je décide de me placer en *A*, fig. 1re. Je pose ma planchette à cet endroit, et je fais mettre un jalon aux points *B* et *F* ; je place sur ma planchette un point *a* qui représente son homologue *A* du terrain ; puis je dirige mon alidade sur le jalon *B*, je mène au crayon la ligne *ab* : sans déranger ma planchette je dirige un autre rayon sur *F*, et je mène *af* au crayon ; enfin Fig. 1re, pl. 24.

je fais mesurer AF, AB, et je donne à ab, af autant de parties de mon échelle que j'ai trouvé de mesures à leurs homologues ; par ce moyen j'ai sur ma planchette les points a, f, en harmonie avec ceux du terrain, car les triangles AFB, afb, sont semblables, comme ayant un angle compris entre côtés proportionnels.

Je pose ma planchette au point B (*) ; je l'arrange de manière que le point b réponde à son homologue B : j'applique l'alidade sur la ligne au crayon ab (**), que j'ai eu soin de prolonger ; j'oriente ma planchette, c'est-à-dire, que je la tourne jusqu'à ce que j'apperçoive le jalon A par les pinules de l'alidade toujours sur ab ; puis, sans déranger mon instrument, je fais tourner l'alidade autour du point b, jusqu'à ce que j'apperçoive le jalon que j'ai fait mettre à l'angle C, et je mène au crayon une ligne indéfinie bc (***) ; j'ôte ma planchette, et après avoir mis un jalon à sa place, on mesure BC, et je porte cette distance proportionnelle de b en c ; je pose mon instrument au point C, auquel je fais répondre son homologue, et j'applique l'alidade sur la ligne au crayon bc, puis je tourne ma planchette jusqu'à ce que j'apperçoive le jalon B ; je fais mouvoir mon alidade autour du point c, jusqu'à ce que le jalon mis à l'angle D se trouve dans le rayon visuel des pi-

(*) En mesurant AB, j'ai suivi mes porte-chaîne et laissé un jalon en A.

(**) Il y a des géomètres qui mettent une aiguille à chaque point a, b, et contre lesquelles ils appuient l'alidade.

(***) Pendant le temps que vous travaillez à la planchette, il faut envoyer un de vos porte-chaîne au point A pour y prendre le jalon, lorsque vous lui ferez le signe convenu ; c'est-à-dire, orsque tous vos rayons seront envoyés du point B, et ainsi des autres.

nules ; je trace un rayon indéfini, et fais mesurer *CD*, que je porte proportionnellement de *c* en *d*. Ma planchette en *D*, son homologue y répondant, et mon alidade sur *cd*, j'oriente mon instrument de manière à découvrir le jalon laissé à l'angle *C* ; puis, sans toucher à ma table, je fais tourner mon alidade autour du point *d* pour appercevoir le jalon placé en *E*, et je trace *ed* indéfini ; on mesure *ED*, que je porte proportionnellement de *d* en *e*, et l'opération est terminée ; car si l'on joint les points *e*, *f* par une droite, les figures *abcdef*, *ABCDEF* seront semblables, comme ayant leurs angles égaux chacun à chacun, et leurs côtés proportionnels : mais en concluant ainsi l'angle *fed* et le côté *ef*, rien n'assure que l'on ne s'est point trompé, soit dans la mesure des côtés ou dans l'ouverture des angles. On acquerra la preuve de ses opérations en se transportant en *E* pour y faire pareille observation qu'aux autres points ; car, si l'on a bien opéré, le rayon qu'on dirigera sur le jalon *F* passera sur son homologue *f*, et la ligne *ef* se trouvera proportionnelle à *EF*, qu'on mesurera pour s'en assurer. J'appelle cette vérification *cadrer* ou se *fermer ;* d'autres la nomment *le nœud gordien* de l'opération ; en effet, sans elle on rencontrerait peu d'erreurs, mais aussi on ne pourrait pas assurer son travail ; de là la nécessité de se fermer et de ne jamais construire une figure par la connaissance *de ses élémens moins trois ;* en nous donnant ce principe, la théorie suppose qu'on ne commettra point de fautes ; mais malheureusement la pratique n'en est point exempte.

2. *Remarque.* Au lieu de faire le tour de cette figure, on aurait pu se placer en *A*, et diriger des rayons à tous ses angles ; alors on mesure les lignes *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, et l'on fait leurs homo-

logues *ab*, *ac*, *ad*, *ae* proportionnels à ces distances; enfin, joignant ces points par des droites, on a la figure *abcde*, semblable à celle du terrain, car ces figures sont composées d'un même nombre de triangles semblables et semblablement disposés.

On pourrait se placer à tout autre endroit qu'au point *A*, soit sur un des côtés de la figure, dans son intérieur et même au dehors; dans tous les cas, il suffit, comme dans l'exemple ci-dessus, de diriger à tous les angles de la figure des rayons qu'on mesure, et qu'on fait sur la planchette proportionnels à ceux du terrain.

3. On pourrait encore parvenir à construire cette figure en ne mesuraut qu'une base *AB*, des extrémités de laquelle on enverrait des rayons à tous ses angles; le croisement de ces rayons sur la planchette représenterait le point homologue de celui auquel on a visé, et en joignant ces intersections par des droites, on aurait une figure semblable à celle du terrain; c'est ainsi que *abcde* est semblable à *ABCDE*.

On voit que par ce moyen on détermine la longueur des lignes *BC*, *CD*, etc. sans s'éloigner de la base *AB*, et sans faire de calculs; c'est l'objet de la géométrie, mais cette méthode, qui est vraie en théorie, est souvent défectueuse dans la pratique, surtout lorsque les angles sont trop aigus ou trop obtus pour que l'intersection soit bien décidée; c'est pour cette raison qu'on rejette la planchette pour dresser le fond d'une carte, ou, ce qui revient au même, pour en faire la triangulation (*). En général,

(*) En effet le n° 216, que j'avais mis seulement pour faire voir la manœuvre de cette table, indique suffisamment qu'une triangulation mécanique ne peut être admise dans des opérations délicates, puisque les élémens des triangles se déduisent des opérations graphiques, qui diffèrent toujours des mesures effectives.

lorsqu'on se sert de cet instrument il faut, lorsque cela est possible, mesurer tous les rayons qu'on dirige, et ne placer les objets par intersection, qu'autant que l'angle opposé à la base est près d'un angle droit.

4. Etant au point *A*, et ayant dirigé des rayons à tous les angles de cette figure, on peut se dispenser de mesurer ces rayons comme on l'a fait au n° 2; mais alors on mesure tous les côtés, et l'on examine dans chaque triangle l'espèce d'un des angles inconnus; puis on construit la figure en cette manière : les points *b*, *e* se placent naturellement, puisque les côtés et les rayons visuels se confondent; pour fixer le point *c*, je prends une ouverture de compas proportionnelle à *BC*, et du point *b*, comme centre, je décris un arc de cercle qui coupe *ac* en un point *c*, et je mène *bc*; pour avoir le point *d*, du point *e* comme centre, avec une ouverture de compas proportionnelle à *ED*, je coupe *ad* et je mène *ed*; enfin je joins *ed* et ma figure est construite. Il est à remarquer que dans chaque triangle on ne connaît que deux côtés et l'angle opposé à l'un de ces côtés, ce qui donne deux solutions; c'est pourquoi il est nécessaire de connaître l'espèce de l'angle pour en exclure une. Voyez à ce sujet le n° 40.

Connaissant comment on détermine avec la planchette les dimensions d'un terrain de peu d'étendue, il ne s'agit plus que de faire remarquer les précautions qu'il faut prendre pour le levé d'un plan d'une plus grande surface avec ses détails.

5. Lorsque le plan qu'il faut lever est d'une grande étendue, on commence par assurer les principaux points de ce canton par une bonne trigonométrie. Le rapport en étant fait à la méridienne, on peut d'abord les placer sur un papier préparé à cet effet, puis on décide par quelle partie on commencera

ses opérations : le point de départ est assez arbitraire, néanmoins il vaut mieux partir d'un point connu, et au centre duquel on puisse se placer ; les objets trigonométrisés étant ordinairement des clochers, des moulins à vent, etc., il n'est guère possible de se placer au centre, et un point que l'on déterminerait sur le terrain, par la connaissance de trois autres, ou autrement, pourrait quelquefois n'être pas assez rigoureusement placé pour servir de point de départ. Les extrémités de la base trigonométrique sont ordinairement libres et toujours à l'abri des erreurs du calcul, puisque ce sont elles-mêmes qui ont servi à placer les autres ; c'est donc sur un de ces points qu'il convient de faire sa première station. Pour cela, tracez sur le papier assujéti sur votre planchette, la ligne du nord, à laquelle vous rapporterez la base ainsi que les points trigonométrisés qui pourront y tenir, ou bien si cette opération a été faite sur un papier séparé, on la pique sur la planchette, on pose son alidade sur la base tracée au crayon, et on tourne sa table jusqu'à ce qu'on apperçoive un jalon placé à l'autre extrémité de la base ; l'instrument ainsi tourné, on examine si les rayons envoyés du point de départ aux objets trigonométrisés, passent sur leurs homologues posés sur la planchette, comme cela doit être s'ils sont bien rapportés. Assuré de la position de ces points, on pose son déclinatoire sur la ligne du nord, l'aiguille aimantée doit faire, avec cette méridienne, un angle de 22° à 22° $\frac{1}{2}$, si le déclinatoire est à l'ancienne division, ou 24° 44′ à 25° s'il est à la nouvelle ; dans tous les cas on remarque cet angle pour en faire un semblable à chaque station : enfin on fait mettre un jalon à un endroit quelconque du terrain, par exemple au croisement

de plusieurs chemins ; on trace le rayon sur la planchette et l'on part, après avoir laissé un jalon à la place de l'instrument, en mesurant sur ce rayon. Fixons les idées sur une figure.

Soit *AB* la base trigonométrique, *NS* la ligne du nord, *C*, *D*, deux points trigonométrisés placés sur la planchette, ainsi que la base *AB* ; pour ne pas être gêné dans le cours de mes opérations, je trace sur le bord de ma planchette une ligne *n's'* parallèle à *NS* ; je me pose au point *A*, et mon alidade appliquée sur la base, je tourne ma planchette jusqu'à ce que j'apperçoive le jalon *B* ; puis je fais mouvoir l'alidade autour du point *A* jusqu'à ce que je rencontre successivement, dans le rayon des pinules, les objets *C* et *D* ; si ces rayons se trouvent sur leurs homologues tracés sur la planchette, c'est une preuve que ces points sont bien en direction relativement à l'objet *A* : s'il en était autrement, il faudrait revoir ses observations ou ses calculs. Tout étant d'accord, je mets mon déclinatoire sur *n's'* et je tiens note de la déclinaison que fait l'aiguille aimantée avec la ligne du nord ; je la suppose de 25° à l'ouest, je fais mettre un jalon en *a*, et, sans déranger ma planchette, je dirige dessus un rayon que je trace au crayon ; je pose un autre jalon au point *A*, et je mesure *Aa* que je prolonge jusqu'en *b* ; je continue à mesurer *ac*, la perpendiculaire *ec* ; *cd*, la perpendiculaire *df*, et *bd* ; comme je suppose qu'au point *b* est un obstacle qui empêche de continuer la ligne, j'y pose ma planchette, et mon alidade mise sur *AB* je tourne l'instrument jusqu'à ce que j'apperçoive le jalon *A*, et pour m'assurer si je suis bien sur ce jalon, qui peut déjà être éloigné, je pose mon déclina- Pl. 25.

toire sur $n's'$ qui doit me donner 25° de déclinaison (*).

Tout étant bien, je dirige un rayon sur g et je mesure bg : ayant eu soin de construire au crayon à mesure que j'avançais, j'ai déjà le chemin $aefg$; je m'oriente au point g et je me dirige vers h, d'où je puis appercevoir l'objet C du terrain, placé sur ma planchette; je m'oriente à 25°, et de plus j'examine si j'apperçois le jalon g par les pinules de mon alidade placée sur gh; cela étant, je la fais tourner autour du point h, jusqu'à ce que j'apperçoive, par les pinules, le point C du terrain; ce rayon visuel doit aussi passer par son homologue sur le papier; s'il en est ainsi, on aura lieu de croire à la bonté de ses opérations. (Néanmoins, malgré cette apparence de similitude, le travail peut être mauvais : par exemple, si l'on avait commis une erreur de mesure sur le rayon bg, et qu'on n'eût porté que bx', on serait arrivé en z' sur la

(*) Ce qui fait assez voir qu'on pourrait se dispenser de laisser un jalon A, puisque le déclinatoire étant sur $n's'$, et tournant la planchette jusqu'à ce qu'il donne 25° dans notre exemple, on a l'alignement Ab; mais j'observe qu'il vaut mieux employer ces deux moyens à-la-fois pour assurer davantage ses opérations. En laissant un jalon en A, on pourrait même se dispenser de faire une station en b, en se transportant de suite au point g où l'on s'orienterait à 25°. Puis, faisant tourner l'alidade autour du point b posé sur la Planchette, jusqu'à ce qu'on apperçoive son homologue sur le terrain, on tracerait le long de cette alidade, ainsi dirigée, un rayon bg, et on aurait le même angle que si l'on avait fait la station au point b; j'observe encore que ce moyen pourrait tout au plus être employé dans les détails d'un polygone assez resserré, et dont on serait assuré de l'ensemble. Je sais qu'indépendamment de cette méthode, il y a des arpenteurs qui se dispensent de jalons; ils se contentent de remarquer un objet sur lequel ils se dirigent : il faut avouer que ce procédé ne peut être suivi que par ceux qui ne se piquent guère de mettre une grande exactitude dans leurs opérations.

planchette, alors $x'z'$ devenant parallèle à gh, il est évident que le rayon envoyé de z sur l'objet C du terrain, passera encore sur son homologue sur le papier : on sent bien que si les rayons bx', Cz' n'étaient pas sensiblement parallèles, il existerait une petite différence, mais souvent pas assez forte pour reconnaitre cette erreur de mesure. Quant aux erreurs en angles, elles ne peuvent avoir lieu que lorsqu'on dérange la planchette sans le savoir; il est visible qu'on n'en peut commettre avec un bon déclinatoire, à moins pourtant que quelques matières ferrugineuses n'en dérangent la direction naturelle). M'accordant au point h je prends la direction ih, et au point i je me vérifie sur C et sur D; si je suis bien en rayon sur ces deux points, c'est alors que je suis assuré de mes opérations, et je continue mon travail, comme l'indique la figure, jusqu'au point m; là, orientant toujours ma planchette, je dirige un rayon sur B, il doit passer par son homologue, et de plus la distance mB du papier doit être proportionnelle à celle du terrain; pour m'en assurer je la fais mesurer; si la différence soit en angle, soit en mesure, était au-dessous d'une perche, sur environ une demi-lieue que je suppose avoir parcourue sur les principaux rayons, on pourrait avec raison l'attribuer à l'opération manuelle, et conclure à la bonté du travail jusqu'à ce point, seulement il faudrait avoir l'attention à ne point prendre le rayon ml, qui est tant soit peu défectueux, pour base des autres opérations; il faudrait au contraire les asseoir sur un autre dont on aurait une entière certitude de sa vraie position, sur ik, par exemple, puisqu'une vérification s'est faite à l'une de ses extrémités.

Si l'erreur était au-dessus d'une perche, il fau-

drait en rechercher la cause, d'abord, comme je viens de le dire, avec un bon déclinatoire; cette erreur ne peut être qu'en mesures : supposons que ce rayon au lieu de passer sur *B* se trouve en *c'*, et que la différence soit trop forte pour être tolérée, voici comme je m'y prendrais pour donner au point *m* sa véritable position : je mesure *mB*, et par le point *B* je mène à *mc'* une parallèle que je fais égale à *mB*, et j'ai le point *m'* que je voulais placer; pour m'en assurer encore, si je puis appercevoir les objets *C* et *D*, je fais usage du problême n° 9, qui doit me donner l'intersection au même point *m'*; une fois certain de ce point, je suis assuré que c'est dans la direction ou dans le parallélisme de *mm'* que l'erreur a été commise; cette différence reconnue, on mènera des parallèles aux rayons sur lesquels elle influe, et la dernière passera par le point *m'*.

On vient de supposer l'erreur telle que le rayon *mc'* ne passait pas au point *B*, et que la distance *mB* était quelconque; il arrive encore assez fréquemment que l'on parvient en *m''*, de manière que le rayon passe sur le point *B*, mais que la distance *Bm''* du papier n'est pas proportionnelle à celle du terrain; ne supposant toujours aucune erreur en angles, je porte la distance du terrain de *B* en *m'*, et je suis assuré que mon erreur est dans le rayon qui a à-peu-près cette direction, ou qui se trouve dans le parallélisme; je la cherche, et une fois reconnue, je rectifie les rayons envoyés depuis, en menant des parallèles comme ci-dessus.

Ce point bien assuré, on y orientera la planchette, pour déterminer le chemin *im'*; on se dirigera sur *o*, et l'on arrêtera en *l'* pour circonscrire la figure *X* comme au n° 1er. Quant à celle indiquée *Z*, on fera

mettre un piquet au point *n*, et de l'endroit *o*, étant orienté, on dirigera *no*; on mesurera sur ce rayou, et en passant on arrêtera au point *p*; on dirigera *pC*, dont la distance sera mesurée pour voir si elle s'accorde, comme cela doit être; sur ce rayon on déterminera l'église, le cimetière et la maison qui s'y trouve; puis revenant au point *p* on continuera de mesurer jusqu'en *n*, et l'on construira en passant la maison qui est à gauche. Etant en *n*, et orienté sur *o*, on déterminera *Z* à l'ordinaire; on reviendra au jalon *o*, pour continuer de la même manière jusqu'au point *i*, en faisant attention de construire en passant les figures *y* et *y'*, avec leurs petits détails.

S'il se trouvait une forte élévation *g'* sur laquelle il y eût une figure à décrire, il faudrait mettre un jalon en *g'* et des points *r* et *s*, y envoyer deux rayons dont l'intersection sur la planchette déterminerait le point homologue, si l'instrument restait horizontal, ce qui est possible avec de hautes pinules, ou mieux encore avec une lunette plongeante; puis on se transportera en *g'* pour s'orienter, soit sur *r*, soit sur *s*, et déterminer la figure à l'ordinaire.

Si l'on n'était pas muni d'une telle alidade, et qu'on ne pût voir *g'* sans incliner la planchette, il faudrait, après avoir dirigé un rayon quelconque *rg'*, faire jalonner dans cet alignement et mesurer dessus, en tenant sa chaîne le plus horizontalement possible, et n'employant que le demi-décamètre si cela est nécessaire, jusqu'à un point quelconque *g'*; s'orienter à cet endroit et déterminer la figure comme dans les opérations précédentes.

Il peut arriver que tous les côtés de la figure *g'* ne se trouvent point dans un même plan; si *a' b'* était horizontal, et que des extrémités de cette base

on pût envoyer des rayons à tous les angles, on déterminerait cette figure par intersection comme au n° 3; mais si tous les côtés étaient inclinés à l'horizon, il faudrait voir près de là si l'on ne trouverait pas une base de niveau qui servirait à construire la figure de la même manière : si cette base ne peut se rencontrer, on réduira *a'b'* à sa distance horizontale. Enfin, si la figure était tellement disposée que, tous ses côtés étant inclinés, il fût impossible, de l'un de ses angles, d'appercevoir les autres, il faudrait en faire le tour comme au n° 1re, ayant soin, en mesurant, de porter la chaîne horizontalement, ou de réduire les rampes à leurs distances de niveau.

Lorsqu'on est certain de toutes ses opérations, on trace à l'encre les chemins, rivieres, ruisseaux, et le périmètre de chaque figure; les autres rayons sont effacés avec de la gomme élastique, à l'exception des lignes principales qu'il est bon de laisser figurer sur la minute; ces lignes, dont on a soin d'indiquer la longueur, font voir la marche de l'opération; elles servent d'ailleurs, en cas de différence entre le plan et le terrain, à reconnaître de suite si cette erreur ne proviendrait pas, ainsi que cela arrive assez souvent, d'une fausse mesure prise sur l'échelle.

Ayant vu la marche du levé d'un plan, il ne reste plus qu'à faire connaître comment on change de papier sur la planchette, et quels sont les moyens qu'on peut employer pour placer dessus les points trigonométrisés.

6. Lorsque le papier qui est assujéti sur la planchette est rempli, on est obligé de lui en substituer un autre, afin de pouvoir continuer l'opération. Si par exemple on continue vers le *nord*, on

piquera sur la nouvelle planchette les points h, t, i, k, auxquels on doit revenir pour se fermer ; on partira à volonté de i ou de k, en donnant pourtant la préférence au rayon qui dépend de moins de stations, comme étant indubitablement le plus certain ; si l'on choisit le point k, on s'y orientera, c'est-à-dire, qu'on mettra l'alidade sur ik, qu'on a eu soin de conserver au crayon, et l'on tournera la planchette jusqu'à ce qu'on apperçoive le jalon posé au point i (ce qui indique assez qu'il faut avoir soin de faire une remarque à toutes les stations pour les retrouver au besoin), et après avoir fait mettre un jalon en k', on tracera un alignement dans cette direction, et l'on continuera à l'ordinaire.

On remarquera qu'on n'aurait pas été obligé de se réorienter de nouveau au point K, si la première fois qu'on y a fait une station on avait déterminé l'alignement KK', et mis des piquets à ces deux points pour les reconnaître ; c'est une précaution que doivent avoir tous les géomètres qui ne veulent pas perdre de temps ; desorte qu'avant de quitter une station il faut bien examiner si tous les rayons sont envoyés et tracés sur la planchette, pour éviter d'y revenir une seconde fois.

Lorsque cette planchette est terminée, on la colle avec la première en appliquant les points piqués sur ceux qu'on a piqués ; puis on pose un troisième papier sur la planchette, et ainsi de suite.

7. *Placer sur une seconde planchette un point trigonométrisé* C *qu'on n'a pu poser sur la première.* Fig. 3. pl. 24.

Le moyen le plus exact de donner à ce point sa véritable position, est de prolonger sur la nouvelle planchette, la méridienne An', ce qui est toujours

facile lorsqu'on pique des points de la première sur la seconde : comme on connaît *Ab* par le calcul, la question se réduit à porter cette distance sur la nouvelle planchette; élevant à ce point une perpendiculaire, et lui donnant la valeur de *bc*, aussi connue par le calcul, on aura la position de l'objet *C*. Ce point une fois déterminé on peut, par son secours, placer ceux qui pourraient tenir sur cette planchette; car s'il s'agissait du point *f*, le rapport à la méridienne a donné *Ce*, *ef*; élevant donc sur *bC* une perpendiculaire *eC*, à laquelle on donne sa valeur, et sur celle-ci une autre perpendiculaire *ef*, la distance de cette dernière ligne fixera le point *f*. Ces points, comme nous l'avons déjà dit, servent à se vérifier toutes les fois qu'on peut les appercevoir dans le cours des operations; il est donc bien important d'en avoir toujours sur sa planchette; s'il avait été impossible d'en observer de plus éloigné que le point *C*, il semblerait que la planchette suivante ne pourrait avoir cet avantage, et que toutes les opérations se trouveraient pour ainsi dire abandonnées au hasard, puisque ce point *C* ne peut être changé sans cesser d'être en harmonie avec les autres points *A*, *B*, *f*, etc.; néanmoins il est possible, ainsi qu'on le verra ci-après, d'avoir sur sa tablette des objets trigonométrisés, quoiqu'il n'en existe pas dans la partie où l'on travaille.

Fig. 3. pl. 24. 8. *Placer sur la planchette* X *un point* C *dont la véritable position se trouve sur la précédente, de manière que ce point puisse servir à vérifier les opérations de cette planchette.*

Pour résoudre cette question, qu'on peut regarder comme une des plus importantes dans les opérations de la planchette, je trace un rayon quelconque *Cg* prolongé suffisamment sur ma nouvelle planchette,

et je prends au compas la distance Cg; (si je veux plus d'exactitude, étant sur le terrain je la déterminerai trigonométriquement); puis, pour plus de facilité, je porte une partie aliquote de cette ligne; le $\frac{1}{4}$ par exemple, de g en C', et j'en tiens note : ce point C' placé sur ma planchette, je continue mes opérations à l'ordinaire; partant, par exemple, de l'endroit marqué h, et arrivant en i d'où j'apperçois l'objet C du terrain, j'y oriente ma tablette et je me vérifie en cette manière : je trace ig au crayon et je prends $gK = \frac{1}{4} ig$; je pose mon alidade sur les points K et C', et si j'ai bien opéré, je dois appercevoir sur le terrain l'objet C, car le triangle giC, gKC' sont semblables comme ayant un angle égal compris entre côtés proportionnels (*). Du point i m'étant dirigé par l, m, n, etc., je n'ai pu, aux trois premiers points appercevoir l'objet C, mais je le découvre de o où je veux me vérifier; pour cela je mène au crayon la ligne og, je prends gp le quart de og et mon alidade appliquée sur pC', je dois appercevoir par ses pinules l'objet C du terrain, et ainsi de suite, en faisant toujours partir la ligne au crayon du point g à celui où l'on veut se vérifier. Il faut observer de ne pas mettre le point g, qu'on place à volonté, trop près de C', car plus les points k ou p en seront éloignés, plus il sera facile d'appliquer l'alidade sur $C'k$ ou $C'p$.

On pourrait se dispenser de mettre C' sur la planchette, en employant les quatrièmes proportion-

(*) Cela sera toujours vrai dans la pratique, car les parallèles KC', iC étant sur la même planchette, et parconséquent peu éloignées l'une de l'autre, la différence sera toujours insensible; d'ailleurs on pourra remarquer si l'objet se trouve à droite ou à gauche de la même quantité interceptée entre ces parallèles.

nelles ; mais cette méthode, qui reud les opérations vraiment mathématiques, serait plus longue, moins commode et peut-être moins exacte en pratique que celle qu'on vient de voir. L'opération ci-dessus expliquée, aura de fréquentes applications dans les pays couverts où l'on n'a pas d'objets trigonométrisés sur toute la surface du pays ; elle m'a servi avec avantage dans le levé des plans que j'ai construits avec la planchette, et comme il était indifférent de placer le point g en g' et le point C en C'' ; je faisais en même temps ces deux constructions : alors, quand j'étais à peu près dans la direction de $C'g$, je me vérifiais sur C'', et au contraire, lorsque j'etais sensiblement dans l'alignement de $g'C''$, je me vérifiais sur C' ; ou bien, pour plus de certitude, je faisais la vérification sur ces deux points à-la-fois ; par exemple, étant en o et m'étant vérifié sur C, je mène au crayon og', et prenant $g'p'$ le quart de og', si $g'C''$ est le quart de $g'c$, j'examine si, l'alidade placée sur $p'C''$, j'apperçois l'objet C du terrain ; si ces deux vérifications s'accordent, c'est une preuve que les opérations sont exactes jusqu'à ce point.

9. *Etant posé sur la planchette un point* D *auquel on peut s'orienter et diriger un rayon sur un objet* C ; *placer ce dernier point en admettant qu'il est impossible de mesurer* CD *et d'appercevoir cet objet d'autres stations.* Fig. 4, pl. 24.

Transportez votre planchette au point C, et l'alidade posée sur la ligne au crayon CD, alignez-vous sur l'objet D ; puis faites tourner l'alidade autour d'un point A posé sur la planchette, jusqu'à ce que vous apperceviez son homologue sur le terrain, et tracez dans cette direction une ligne indé-

finie *AC* qui rencontrera *CD* au point *C* qu'il fallait placer (*).

Si l'on était muni d'un déclinatoire, il ne serait pas nécessaire d'avoir sur sa planchette la direction *CD*; il suffirait de s'orienter à l'objet *C* au moyen de cet instrument, et de déterminer, comme ci-dessus, deux rayons *AC*, *BC*, dont l'intersection donnerait le point *C* sur la planchette. Cette pratique est fondée sur celle du n° 214.

10. *Résoudre avec la planchette, la question du n° 267, qui donne le moyen de placer un quatrième point par la connaissance de trois autres déterminés sur la carte.* Fig. 4, pl. 24.

Soient *A*, *B*, *C*, les points posés sur la planchette supposée au point à placer; si l'on est muni d'un déclinatoire, on opérera comme dans la dernière pratique du n° précédent; mais si vous n'avez pas cet instrument, mettez sur votre tablette un point quelconque *D* que vous ferez correspondre à celui du terrain, et vous dirigerez des rayons aux objets *A*, *B*, *C*; puis vous décrirez sur *AB* un cercle capable de l'angle *ADB*, et sur *BC* un autre cercle capable de *BDC*; l'intersection de ces deux cercles sera le point demandé.

11. *Deux points* A *et* B *étant placés sur la planchette, tracer dessus une base* CD *qu'on ne peut appercevoir des points placés, ni d'aucun endroit qui se trouve en relation avec eux sur la planchette.* Fig. 5, pl. 24.

Si l'on opère avec le déclinatoire, on placera

(*) Lorsque le rayon *AC* tombe trop obliquement sur *CD*, il faut, s'il est possible, faire la même opération sur d'autres points que *A*, afin d'avoir la position *C* par plusieurs sections qui doivent se confondre sur *CD*.

chacun des points *C* et *D* comme dans les problèmes précédens ; si l'on ne fait usage que des alignemens, on tracera sur sa planchette une ligne quelconque *cd*; on se posera au point *C* et l'on enverra des rayons sur les objets *A* et *B* du terrain ; on mesurera la base et on fera *cd* de sa longueur ; on se mettra à l'autre point *D*, et la planchette alignée, on dirigera des rayons sur les mêmes objets *A* et *B* ; ce qui donnera les points *a* et *b* sur la planchette. Maintenant, si sur *AB* on construit les triangles *abc*, *abd*, on aura les points *C* et *D* de la base à placer. (*)

Tous ces moyens servent avec avantage lorsque, par une longue suite de rayons, on pourrait n'être pas assez assuré de la véritable position du point de départ, pour le faire servir à de nouvelles opérations ; alors avec ces points, bien établis sur la carte, on en détermine d'autres sur lesquels on base la suite de son travail.

Fig. 6, pl. 24. 12. *Connaissant un triangle* ABC, *placer dans l'intérieur, des points* D *et* E, *sans déranger sa planchette d'un des sommets* A, *auquel on est placé ; mais supposant qu'il est possible de mesurer sur l'un des côtés* AB *ou* AC.

Le triangle étant construit sur ma planchette posée en *A*, je dirige des rayons aux objets *D* et *E*. Si la ligne *AB* était disposée à recevoir seulement une petite équerre, il suffirait de chercher dessus le point *H*, de manière à avoir l'angle droit *AHE* ; mais comme on suppose qu'on ne peut poser aucun

(*) On peut s'y prendre différemment pour avoir la position de cette ligne ; la construction changerait un peu, mais l'opération ne serait pas plus simple.

instrument sur cette ligne, qui peut être un mur très-élevé et très-étroit, mais à côté ou au bas duquel on peut aller, on fera mettre des piquets *F* et *G* dans les alignemens *CE*, *CD*; on mesurera *AG*, *AF*, qui serviront à construire sur la planchette les triangles semblables *Acf*, *Acg*, et les points *e* et *d* d'intersection seront ceux qu'il fallait placer. On voit qu'au moyen de ce procédé on pourrait, par des opérations fort simples, dans un pays découvert et en plaine, placer beaucoup de points en peu de temps.

Voilà à peu près tout ce qu'on peut dire sur les opérations de la planchette; il y a encore une infinité de petites méthodes particulières qu'on chercherait en vain à expliquer, et que la pratique seule apprendra : d'ailleurs, elles ne diffèrent en rien de celles dont on fait usage avec le graphomètre; et, quels que soient les procédés qu'on emploie pour construire sa figure, ils seront également bons s'ils émanent d'un calcul géométrique, et si les intersections sont nettes.

VÉRIFICATION D'UN PLAN.

13. Lorsqu'un plan est terminé sur le terrain, il convient, avant de procéder aux calculs, que celui qui fait faire ce travail s'assure de son exactitude par une vérification qu'on fera ainsi :

Le vérificateur doit être muni de la minute du plan et des opérations trigonométriques; puis, étant sur le terrain, il se transportera sur la base *AB*, Pl. 25. dont les extrémités doivent être assurées par de forts piquets : après avoir mesuré sa chaîne, il vérifiera la trigonométrie, s'assurera de ses calculs et de la position de ses points sur le plan. Si la triangulation était complète, c'est-à-dire s'il s'y trouvait des points trigonométrisés répandus sur toute la surface, et qu'elle fût reconnue exacte, l'opération d'ensemble serait bonne; il ne s'agirait plus que de vérifier les détails, en traversant la commune en différens endroits, et en arrêtant à chaque division : par exemple, étant sur la base *AB*, on peut la prolonger jusqu'en *F* et en *G*; mesurer sur ces lignes et arrêter à tous les chemins et les différentes cultures. Si l'on veut une plus ample vérification, on fera sur *BG* un angle quelconque *BGH*, et on mesurera *GH* en arrêtant aux chemins et aux différentes divisions; enfin on pourra retourner à la base, et faire sur *AB* un angle *BAI*; mesurer *AI* et remarquer tout ce qu'on rencontrera sur cette ligne, en ayant l'attention, dans toutes ces opérations, de toujours continuer sa mesure, et de ne point recom-

mencer à compter chaque fois que l'on rencontre un chemin, ou que l'on distingue une nature de culture d'une autre.

En parcourant ces lignes, si l'on appercevait une maison A' ou tout autre objet remarquable un peu éloigné, on le déterminerait au moyen d'une base $c'd'$, et des angles à la base (*).

Ayant recueilli les élémens nécessaires à la vérification, le vérificateur fera sur le plan, avant de quitter la commune, les mêmes opérations qu'il a faites sur le terrain, et remarquera si les objets occupent la place qu'ils doivent avoir; il s'assurera surtout si les lignes totales sont exactes. Dans les opérations du cadastre de la France, on tolère un *centième;* c'est-à-dire que si GF est de 100 sur le terrain, son homologue sur le plan ne peut pas être au-dessous de 99 ni au-dessus de 101, sans que le plan soit défectueux. Cette tolérance est suffisamment grande pour les pays de plaine; elle est insuffisante pour les contrées qui présentent plus de difficultés; j'en ai développé les causes à son Excellence le Ministre des finances, qui accorda, dans le département d'Ille et Vilaine, une latitude d'un cinquantième : cette tolérance vient d'être généralisée pour tous les endroits difficiles (**).

(*) En mesurant ces lignes, il arrivera souvent, dans les pays boisés surtout, qu'on rencontrera des obstacles qui empêcheront de continuer l'alignement. Si ce n'est qu'un arbre, on fera usage du procédé du n° 270 ci-après; mais si c'est une maison, un bois, un étang, etc., on prendra une ouverture d'angle et l'on suivra une autre direction, en ayant soin de ne point faire ces angles ni trop aigus ni trop obtus, pour que le rapport se fasse plus exactement. Le vérificateur ferait bien de ne jamais faire usage du rapporteur pour ces opérations, qui doivent être assises sur le résultat d'un calcul rigoureux.

(**) S'il existait une plus forte différence dans les mesures par

Lorsqu'on met beaucoup de rigueur dans la vérification, il faudrait encore, lorsque la ligne AJ coupe une autre ligne xz, remarquer l'angle $Ap'z$, et voir sur le plan s'il lui est égal; le vérificateur doit encore mesurer plusieurs figures dans différens endroits, pour s'assurer si l'arpentage se rapporte à celui du plan (*). Enfin, si les parties dans lesquelles le vérificateur opère se trouvent exactes, à la tolérance près, on peut conclure que le reste du plan l'est aussi; et au contraire, on conclura à la défec-

---

tielles, c'est-à-dire si un polygone gagnait aux dépens d'un autre polygone, le plan ne pourrait être pour cela rejeté; mais le géomètre serait obligé de le rectifier en allant de nouveau sur le terrain.

(*) L'instruction du 25 février 1806 sur la vérification des plans du cadastre, prescrit au vérificateur de faire cette opération, et d'en déduire la superficie d'après les mesures effectives prises sur le terrain; la latitude accordée entre le résultat du vérificateur et celui du plan, est d'un *centième*. Cette tolérance serait peut-être suffisante dans les cas les plus avantageux au plan, si les deux géomètres suivaient la même route pour obtenir cette surface, ainsi que je le supposais, page 203 de ce Traité; mais les superficies des divers numéros du plan n'étant, comme on sait, que le résultat de deux opérations graphiques, et celles du vérificateur émanant d'un calcul rigoureux, je ne pense pas qu'il arrive souvent que ces deux résultats s'accordent à une perche sur *cent*. Il m'est arrivé plusieurs fois de recommencer graphiquement les calculs d'une même figure; presque toujours mes résultats me donnaient une plus grande différence. Le monde mathématique, je le conçois, trouvera cette assertion un peu forte; mais à tout moment l'expérience prouvera *que la différence entre la surface donnée par le calcul, à celle que donne la méthode graphique, excédera toujours*, ou ce serait un hasard, *un sur cent*. Il semblerait assez naturel, toute opération semblable d'ailleurs, d'établir la tolérance des surfaces sur celle des distances linéaires; un *centième* en longueur donnerait deux perches en superficie, et cette tolérance devrait aller au-delà lorsque le géomètre déduit ses surfaces de l'échelle et du compas, et le vérificateur des mesures effectives; au surplus, je pense encore que les figures mesurées pour vérification ne doivent pas être au-dessous de 4 arpens métriques.

tuosité du plan, lorsque, certain de ses opérations, le vérificateur trouvera une différence plus forte que celle accordée.

La vérification, ce travail si important, ne doit être confiée qu'à d'habiles géomètres, dont la probité est reconnue; elle doit être faite avec beaucoup de soin et de sagacité. Le point de départ n'est pas indifférent : on sait que, malgré bien des précautions, il est impossible de mettre sur un plan un peu étendu tous les détails à leur véritable place, surtout dans les pays fourrés et coupés : si le vérificateur partait de l'un de ces points tant soit peu mal placés, il est évident que son système serait d'autant plus éloigné de celui du plan, que la différence au point de départ était forte, et que ces opérations seraient plus longues. Il est donc nécessaire qu'il choisisse de préférence des points trigonométrisés; la base, par exemple, est ordinairement accessible. Le vérificateur peut aussi en choisir d'autres, qu'il déterminera par les problèmes des nos 252 et 267 qui peuvent être d'un grand secours au géomètre pénétré de ces principes.

La vérification d'une ville peut se faire en mesurant plusieurs rues qui la traversent, ou bien en formant une chaîne de triangles dans l'intérieur.

Ce moyen de vérifier est simple; c'est je crois le meilleur que l'on puisse employer. Je l'avais donné à l'art. 141 de ce Traité, mais il n'était question que de plans de peu d'étendue, et sans trigonométrie; c'est pourquoi j'ai cru nécessaire de développer davantage cette partie de la vérification.

CALCUL DES PLANS.

14. Lorsqu'un plan est levé et vérifié, on procède aux calculs en cette manière :

On commence par chercher la surface totale de ce plan, en lui circonscrivant un rectangle *ABCD*, qu'on calcule, et duquel on retranche les parties renfermées entre les lignes de la figure circonscrite et celle du plan. Pour cela, on réduit en triangles toutes les portions extérieures, telles que a'', b'', etc.; on cherche avec l'échelle et le compas la superficie de chaque triangle dont la somme, ôtée de celle du rectangle, donne la surface totale du plan : dans les opérations du Cadastre, on forme sur la minute, des carrés de 500 mètres de base, sur autant de hauteur; ce qui donne 25 arpens à chacun, et ces lignes sont tracées, l'une dans la direction du Nord, et par-conséquent l'autre de l'Est à l'Ouest; les lignes d'encadrement $A''D'$, $A''B'$ sont placées à un nombre rond de mille mètres de l'Observatoire de Paris (*).

(*) Cette opération se fait aisément, au moyen de la carte de Cassini; il serait à desirer que sur cette carte on y eût déterminé trigonométriquement au moins un point sur chaque commune; alors l'opération ci-dessus serait généralement vraie : mais malheureusement, dans une grande partie de la France, il n'est pas rare de rencontrer plusieurs communes de suite, qui n'ont pas l'avantage d'avoir de ces points; ils ne sont placés que par estime, approchée à la vérité, mais pas assez pour fonder dessus une opération importante : desorte que le rattachement de ces communes est pour ainsi dire abandonné au hasard, lorsque

Cette opération terminée, on fait les calculs du détail : pour opérer avec ordre, on donne un numéro particulier à chaque figure fermée, qu'on calcule séparément ; on forme un registre de ses opérations, et tout étant fini, on fait la récapitulation, à laquelle on ajoute les calculs des chemins, rivières, etc., et l'on compare le résultat avec celui de masse. L'instruction sur les calculs des plans du cadastre tolère $\frac{1}{500}$; c'est-à-dire que si le cahier du plan s'accorde avec celui de vérification à 1 arpent sur 500, les deux opérations seront réputées bonnes ; et au contraire, lorsque la différence excède cette tolérance, il faut en rechercher la cause.

En réduisant les figures en triangles, il est nécessaire de s'habituer à faire de petites compensations pour éviter la multitude de traits qui influent toujours sur les différences que l'on trouve ; car sur le terrain, comme au cabinet, les opérations sont d'autant plus exactes, qu'elles sont moins compliquées ; il faut aussi choisir ces triangles de manière qu'on ait moins d'ouverture de compas, moins d'opérations arithmétiques, et parconséquent plus de précision ; donnons un exemple sur le n° 1 de la pl. 25. Je réduis cette figure en triangles, en menant au crayon les lignes $f'd''$, $e'd''$, $d''f'$; puis me servant d'une échelle qui me donnera directement

le géomètre opérant sur le canton, ne peut appercevoir au dehors quelques points de Cassini, et s'y rattacher au moyen du n° 252 ou 267. Dans ce cas, les lignes d'encadrement de ces communes s'éloignent d'autant plus de la vérité, que le point de Cassini, pris pour terme de comparaison, diffère davantage de sa véritable position. D'ailleurs les méridiennes étant déterminées avec la bousole, il ne serait pas étonnant que celle d'une commune ne se trouvât pas parallèle à celle d'une autre commune ; ce qui arriverait si la bousole de chacun des arpenteurs, étant posée sur la même ligne, ne donnait pas exactement la même déclinaison.

la surface (*); je prends la distance $d''f'=8$; au point n', je prends aussi une tangente à la ligne $d''f'$; cette tangente est la hauteur du triangle $d''f'\,f'$; je la porte de d'' en o', puis du point e' je prends une autre tangente à la même ligne

(*) L'ingénieur doit apporter beaucoup d'attention à la construction des échelles, puisque dans ces sortes d'opérations les superficies se calculent par leur secours. L'instruction du 10 ventôse sur le levé des plans, prescrit de se servir de deux échelles, la première de 1 à 5000 pour la construction des plans, et la seconde de 1 à 2500 pour le calcul des surfaces.

On a reconnu que l'échelle de 1 à 5000 était suffisamment grande pour exprimer les diverses natures de cultures qui se trouvent répandues sur la commune; cependant il n'est pas rare de rencontrer des figures qui ne laissent pas une place suffisante pour placer un numéro; mais une plus grande échelle, en donnant plus d'exactitude, nécessiterait, dans les grandes communes, la construction des plans par sections.

On a pensé sans doute que l'échelle de 1 à 2500 donnerait plus d'exactitude dans l'évaluation des surfaces, que celle du plan même; alors, en réduisant en triangles, comme cela est prescrit, il faut doubler la somme de ces triangles pour avoir la contenance de la figure à calculer. J'ai été à même de remarquer plus d'une fois que les erreurs provenaient le plus ordinairement de ce qu'on oubliait de doubler, ou qu'on se trompait dans cette petite opération; ainsi que je l'ai déjà dit, la théorie est un calcul mathématique, mais la pratique, subordonnée à l'opération manuelle, n'est pas toujours à l'abri des erreurs; d'ailleurs je ne pense pas que cette échelle donne plus de précision que celle du plan; à mon avis, un plan n'a plus d'exactitude qu'autant qu'il est construit à une plus grande échelle : ainsi, au lieu de cette échelle qui nécessite de doubler le produit, je préférerais, non pas celle du plan, qui exigerait qu'on en prît la moitié, mais celle qui donnerait directement la surface du plan.

Le n° 159 apprend à construire cette échelle; on verra qu'il faut prendre une moyenne proportionnelle, par exemple, en dix parties de l'échelle du plan, et cinq de ces mêmes parties; cette nouvelle ligne contiendra aussi dix parties de l'échelle à construire. Cette moyenne proportionnelle est encore égale à la diagonale du carré *dix* de l'échelle primitive.

$d''f'$, et je la porte de o' en u', ce qui me donne $d''u'$ que mon échelle me fait connaître par exemple de 6; je la multiplie pour la base 8, et j'ai 48 pour la surface du quadrilatère $d''e'f'i'$; je fais la même chose pour le quadrilatère $i'e'd''h'$, et la réunion de ces deux produits me donne la surface de ma figure. Il est évident que ce procédé est plus expéditif et plus exact en pratique, que si l'on avait calculé séparément les quatre triangles renfermés dans cette figure.

Lorsqu'on arrivera au n° 4, pour éviter le grand nombre de triangles qu'on serait obligé de faire en menant des lignes à tous ses angles, on fera bien de ne pas avoir égard, pour un moment, aux figures 1, 2, et 3; de calculer ce n° comme si ces trois derniers n'y étaient pas, sauf à les déduire du total. Ce procédé a encore l'avantage sur celui de calculer la figure telle qu'elle se trouve.

A mesure qu'un numéro sera calculé, on s'assurera de l'exactitude de ses opérations, d'abord sur le plan, en vérifiant si l'on ne s'est point trompé en portant sur l'échelle la longueur des bases et des hauteurs, et sur le cahier, en repassant les calculs.

Lorsqu'on sera ainsi assuré de l'exactitude de chaque numéro, on les mettra par ordre et l'on s'assurera qu'il n'y en a point d'oublié, et l'addition qu'on en fera sera vérifiée avec soin.

Ce travail fini, on calculera les chemins, rivières et ruisseaux qui ne font point partie du cahier de détail, soit en les réduisant en triangles, soit en formant de petits rectangles.

Cette nouvelle surface ajoutée à celle des numéros doit, à très-peu-près, se rapporter à celle du cahier de vérification; j'ai déjà dit que les ins-

tructions du Cadastre toléraient $\frac{1}{500}$. Ce cahier une fois d'accord, il convient de faire une récapitulation par numéro, de chaque nature ou de chaque propriété, et d'en former un tableau, comme au n° 140.

Notes à ajouter aux numéros suivans.

Au n° 3. Si l'on veut convertir en degrés décimaux, par exemple, 138° 25′ 30″ de l'ancienne division; divisez les secondes par 60, ou ce qui revient au même, prenez-en le sixième que vous mettrez à la droite des minutes, ce qui vous donnera 138°,2550; prenez aussi le sixième des minutes et du chiffre qui est à sa droite, vous aurez 138°,4250, dont le neuvième = 15,38056, qui, multiplié par 10, donne 153° 80′ 56″ pour la conversion demandée.

S'il faut réduire en degrés vulgaires 153° 80′ 50″, j'en retranche le dixième, le reste égale 138°,4250; je multiplie la fraction par 60, ou seulement par 6, et j'ai 138,25500; je multiplie encore la fraction par 6, ce qui me donne 138° 25′ 30″ pour la réduction demandée, ainsi qu'on le savait déjà.

Ainsi qu'il est dit au n° 3, l'égalité des mesures dans toutes les parties de la France, exigera souvent des réductions des anciennes mesures aux nouvelles; pour éviter aux personnes qui s'occupent de ce genre de travail, la peine de faire ces réductions, j'ai mis à la fin de cet Appendice, des tables de comparaison pour les mesures les plus connues, ainsi que pour la conversion des anciens degrés aux nouveaux, et réciproquement. Quoique ces tables ne soient poussées que jusqu'au nombre 9, on pourra néanmoins convertir en nouvelles mesures, et plus

promptement que par celle de la page 4, qui est d'ailleurs moins étendue, toutes celles dont ces tables sont composées. Si l'on demande, par exemple en mètres, la valeur de 34 toises 4 pieds; je fais la somme de la valeur de 30 toises, de 4 toises et de 4 pieds, ce qui me donne

30 toises =	58^m4711 (*)
4.....	7.7962
4 pieds...	1.2993
	$67^m.5666$

Pareillement, si l'on veut savoir combien 5 arpens 38 perches, ou 538 perches des eaux et forêts valent en arpens métriques, je prends dans la table des mesures agraires, dans la colonne de la perche à 22 pieds, la valeur de .....

500 perch. =	255,3599 (**)
30.....	15,3216
8.....	4,0858
	274,7673 = 2 arp. 74 perc. 77 m.

Enfin s'il fallait convertir 138° 25′ 30″ en degrés décimaux, je prends dans la table.....

pour	100° au concours de 1 et 0, en mettant le point de 2 rangs vers la droite...	111,1111
	38 au concours de 3 et 8.....	42,2222
	25′ au concours de 2 et 5.....	4630
	30″ au concours de 3 et 0.....	93
	138° 25′ 30″	153° 80′ 56″.

(*) Pour avoir la valeur de 30 toises, je multiplie celle de 3 par 10, c'est-à-dire, je rends cette valeur 10 fois plus grande, en avançant le point d'un rang vers la droite.

(**) Pour 500, je prends au nombre 5, en reculant ce point de deux rangs vers la droite; et pour 30 je prends au nombre 3, en reculant le point d'un rang seulement. Dans cet exemple, j'ai opéré sur la colonne de 22 pieds, parceque la perche de cette mesure est de ce nombre de pieds.

Et réciproquement, s'il fallait réduire 153° 80′ 56″ en degrés anciens, je prendrais dans la table.....

pour	100°	au concours de 1 et 0 en déplaçant le point.....	90°		
	53	concours de 5 et 3.....	47	42′	
	80′	concours de 8 et 0.....		43	12″
	56″	concours de 5 et 6..			18
	153° 80′ 56″		138°	25′	30″

Au n° 4. Dans la pratique, au lieu d'une équerre, on fait usage pour tracer les parallèles, de *règles dites parallèles*, qui ne sont autre chose que des règles de bois ou de cuivre d'égale longueur, que l'on joint ensemble de manière qu'elles peuvent s'éloigner et se rapprocher sans quitter le parallélisme.

Au n° 15. Il arrive souvent que la ligne *AB* se trouve placée de manière que le rayon du rapporteur excède le papier sur lequel on opère; alors, comme les divisions du rapporteur ne se trouvent que sur les extrémités du limbe, on ne peut point déterminer la valeur de l'angle sans s'exposer à commettre des erreurs; mais on peut parer à cette difficulté, en prolongeant *AC* en dessous de *AB*, et prenant la valeur de l'angle opposé.

Si l'espace qui se trouve au dessous de *AB* n'était pas lui-même assez grand pour pouvoir prendre avec le rapporteur la valeur de cet angle, il faudrait transporter l'angle à mesurer sur un papier assez grand pour pouvoir en obtenir la mesure.

Dans ces opérations graphiques, il faut avoir soin de bien appliquer la ligne centrale du diamètre du rapporteur sur celle donnée sur le papier; c'est principalement de cette attention que dépend l'exactitude de ces mesures.

Au n° 41. Si l'angle donné était très-près de 200 degrés, on pourrait chercher le côté b par la formule $\frac{ac\cos^2.\frac{1}{2}B}{\frac{1}{2}(a+c)}$; par exemple, si l'angle $B = 194°$; a 730 et c 800, on aura

$$a+c-b = \frac{ac\cos^2.\frac{1}{2}B}{\frac{1}{2}(a+c)},$$

qui donne

$$\log a \ldots\ldots = 2,8633229$$
$$\log c \ldots\ldots = 2,9294189$$
$$\log \cos^2\tfrac{1}{2}B \ldots = 7,3461608$$
$$\text{comp.}\left(\frac{a+c}{2}\right) = 7,1023729$$
$$0,2412755 = 1,74;$$

Donc $b = 1580 - 1,74 = 1578,26$.

Au n° 65. On peut aussi prendre F au milieu de BE et D dans l'alignement de AF, et on aura

$$AB = \frac{DE.CB}{(CD-DE)}.$$

Si on ne pouvait avoir $CD = DE$, ni $BF = EF$, l'opération serait toujours la même, et l'on aurait

$$AB = \frac{DE.CB}{CD.(BE-CE)}.$$

Au n° 69. De la manière dont les diagonales sont menées, la figure 44 n'a que trois triangles; il n'est pas toujours possible de la diviser aussi avantageusement, à cause des divers obstacles qui peuvent empêcher d'aller d'un angle à un autre angle; mais de quelque manière qu'on divise cette figure en triangles, et quel qu'en soit le nombre, on aura

toujours la surface requise égale à celle de tous ses triangles.

Au n° 70. Pour ne point s'écarter de l'alignement *AB*, en avançant ou reculant dessus pour découvrir le point *H*, il est nécessaire de jalonner cette ligne. Si l'on n'avait que les jalons mis aux extrémités, il faudrait, étant en *F*, par exemple, diriger un rayon sur *A*, et voir si ce même rayon prolongé répond au point *B* : s'il en est autrement, on se reportera à gauche ou à droite jusqu'à ce qu'on ait le point de cet alignement.

Fig. 46.

Au n° 92. Si le raisonnement des n°s 90 et 92, ne prouvait pas suffisamment qu'un terrain en pente doit se réduire à sa base horizontale, on pourrait s'en convaincre par la note suivante.

Comme il est incontestable que les productions des champs, telles que les blés, les bois, etc. s'élèvent verticalement, si l'on suppose que le plan horizontal *ABCD* est élevé perpendiculairement à l'horizon, aucune plante ne pourra croître sur ce terrain, parce qu'alors elles se confondraient avec la verticale *AI*. Dans ce cas on pourrait dire que la récolte du plan serait nulle ; mais si ce terrain n'est incliné que d'une quantité quelconque, il produira dans un rapport qu'il s'agit de déterminer. Supposons *ABCD* élevé de manière qu'on a le plan incliné *ABEF* de même surface; il est évident que toutes les plantes qui s'éleveront sur ce terrain incliné, n'occuperont que l'espace *ABGE* sur le plan horizontal ; d'où l'on voit que la récolte du plan incliné *ABEF* sera tout au plus égale à celle de la partie *ABCD* ; je dis tout au plus, car nous avons remarqué, p. 129, que la récolte des plantes un peu élevées est moins abondante sur un terrain en pente, dont la surface est réduite

Fig. 12, pl. 24.

à l'horizon, que sur une même quantité de terrain plat.

Il est donc de toute nécessité de réduire la superficie d'un terrain incliné à sa surface productive, ou ce qui revient au même, au plan horizontal de sa base de niveau.

Au n° 99. Au lieu du niveau dont nous avons parlé page 139, il vaut mieux faire usage de celui à bulle d'air, qui est assez connu; on peut même, lorsqu'on opère à la planchette, se servir d'une petite bille et disposer sa table de manière qu'elle reste dessus.

Au n° 107. Quoique la distance ED soit arbitraire, il faut cependant faire ensorte qu'elle ne soit pas plus grande que $2AD$, parceque l'angle AGH deviendrait trop aigu pour que l'opération fût juste. Si cet angle était de 50°, on aurait $ED = AH$

Au n° 131. Quand la réduction est petite, c'est-à-dire lorsqu'elle n'est pas au-dessus de 2°, comme cela arrive presque toujours, on peut faire usage de la formule que donne M. Delambre, page 33 de son Mémoire sur la détermination d'un arc du méridien. Pour la commodité des calculateurs, cette formule est réduite en secondes, au moyen de quatre tables qui se trouvent à la fin de ce Mémoire.

Dans les opérations les plus ordinaires, où l'on n'aspire pas à la précision des secondes, on peut se dispenser de recourir aux deux dernières tables.

Comme ces tables sont calculées d'après l'ancienne division du cercle, pour éviter de réduire les degrés décimaux aux degrés sexagésimaux, j'ai mis à la fin de cet ouvrage les trois premières

tables que j'ai construites d'après la nouvelle division (*).

L'usage de ces tables est commode, en voici un exemple.

Supposons l'angle observé $= 80^{\circ}\ 20'$, et ceux d'inclinaison, l'un de $3^{\circ}\ 30'$ et l'autre de $2^{\circ}\ 50'$. Je fais la différence et la somme de ces deux derniers angles, ce qui me donne $5^{\circ}\ 80'$ et $80'$. Je prends dans la première table, à $5^{\circ}\ 80'$ et à $80'$ les nombres $20^{\circ},737$ et $0,395$, que je pose séparément, comme on le voit ci-contre.

(*) Les deux premières se trouvent dans le Traité de Géodésie de M. Puissant ; je ne connaissais point cet ouvrage, dans lequel la première de ces tables n'est poussée que jusqu'au 6e degré, ce qui est généralement suffisant ; cependant comme il peut arriver que la somme des angles d'inclinaison se trouve au-dessus de ce nombre de degrés, j'ai calculé cette table jusqu'à 8°, mais seulement de 10 en 10′ pour les deux derniers. Je me suis assuré de leur exactitude ; je les ai de plus collationnées avec celles de M. Puissant : elles se sont presque toujours accordées jusqu'à la dernière unité décimale. Au surplus, ces différences ne peuvent jamais causer l'erreur d'une seconde. Voici comment on construit ces tables : en nommant A l'angle a, réduire $9H$ et h aux déclinaisons, on a pour former la première table,

$$10000 \sin^2 \tfrac{1}{2}(H \pm h) = 2 \log\left(\frac{H \pm h}{2}\right) - 16.$$

Pour la seconde on a

$$0'',0001 \text{ tang } \tfrac{1}{2} A,$$

et

$$0'',0001 \cot \tfrac{1}{2} A = \log \text{tang } \tfrac{1}{2} A \text{ ou } \cot \tfrac{1}{2} A + \log \text{const } 5.80388012.$$

Enfin la troisième se forme par

$$\text{séc } H \,.\, \text{séc } h = C \,.\, \text{arith-cos } H + C \,.\, \text{arith. cos } h.$$

20,737... 0,395
+ 46,41....—87,33.
962,24....—34,50
— 34,50
927″ 74
1,00 21
929″ 69
= 9′ 29″ 69 pour la réduct.
ang. obs. 80° 20
ang. réd. 80° 29′ 29″ 69.

Dans la table 2e je prends à 80° 20′ les nombres 46,41 et —87 33. (Le nombre tang. est toujours positif, et le nombre cot. négatif). Je multiplie 20,737 par 46,41 et 0,395 par —87,33; je soustrais ce dernier produit du premier, ce qui me donne

927″74 ou 9′27″74.

Si l'on veut plus de précision, on multipliera encore 927″,74 par 1,0021, qu'on trouve dans la troisième table, au concours des deux angles d'élévation, et l'on aura 9′ 29″,69 pour la réduction demandée.

En opérant d'après la formule du n° 127, on obtient 9′ 29″,60, où l'on voit que la différence n'est pas d'un dixième de seconde (*).

(*) En faisant, au moyen de ces tables, l'opération de la page 183, je trouve que la réduction = 1° 42′ 77″, au lieu de 1° 42′ 81″, ce qui fait 4″ de différence; mais il est rare de rencontrer dans la pratique un cas aussi défavorable: dans cet exemple, la somme des angles d'inclinaison est de 14° 94′; elle est presque toujours au-dessous de 6°. D'ailleurs ces formules approximatives supposent les angles d'élévation très-petits, supposition qui est généralement vraie dans une chaîne de triangles, ainsi que l'observe M. Legendre, dans ses Observations au Mémoire précité.

Au n° 132. Les différentes positions de l'instrument à l'égard du centre, obligent l'observateur d'examiner à chaque station à quel cas l'observation se rapporte, et de l'énoncer dans l'enregistrement; pour dispenser le calculateur de ce soin embarrassant, M. Delambre a donné, dans son Mémoire cité, une formule simple et générale pour toutes les réductions au centre, quelle que soit la place où l'on observe. Voici cette formule :

Fig. 102. $$ABC = AEB + \frac{CE \sin BEC}{BC} - \frac{CE \sin AEC}{AC}.$$

Pour conserver les mêmes lettres que M. Delambre, je fais $ACB = C$, $AEB = O$, $CE = r$, $BC = D$, $AC = G$ $AEC = \gamma$, et l'on a

$$C = O + \frac{r \sin (O + \gamma)}{D} - \frac{r \sin \gamma}{G}.$$

En exprimant r en secondes, c'est-à-dire en divisant par le sinus d'une seconde, la réduction sera

$$\frac{r \sin (O + \gamma)}{D \sin 1''} - \frac{r \sin \gamma}{G \sin 1''}. (A).$$

On trouve dans le même ouvrage une autre formule au moyen de laquelle la réduction est exprimée en un seul terme; la voici :

$$\text{Réd.} = \frac{r \sin O . (\sin AB (- \gamma)}{D \sin ABC \sin 1''} = \frac{r \sin O \sin (A - \gamma)}{D \sin A \sin 1''}. (B).$$

A la suite de ces formules, le même auteur donne le moyen de se placer de manière à ce que la correction soit nulle, et celui de lever différens obstacles qui pourraient empêcher de viser au centre. Quant à l'usage de ces formules, il est fort simple; Voici un exemple appliqué à la formule (*A*) :

Soit $y = 120^\circ\ 75$; $O = 40^\circ\ 78'$; $(O+y)$ sera $161^\circ\ 53'$.

$r = 5,28$; $D = 589,54$; et $G = 678,76$;

on aura

log 5,88 = 0,7693773	....	−6,5732574
comp. log sin 1″ = 5,8038801	sin 120° 75 =	9,9765105
log sin 161°,53 = 9,7544815	comp. 678,76 =	6,1682838
comp. l. 589,54 = 6,2294794		−0,7180517 = 5″,225
2,5572183 =	.....	3′ 60″,760
	Réduction.....	0° 3′ 55″,535
	Angle observé.....	40 78
	Angle réduit.....	40° 81′ 55″,535.

Si $(O+y)$ et y eussent été chacun plus grand que 200° on eût donné le signe — aux sinus de ces angles, alors le premier terme de la formule devenait soustractif, et le second additif.

Le calculateur pourra, d'après les observations et les mesures prises sur le terrain, appliquer les formules *A* et *B* au même exemple, et choisir celle qu'il croira la plus commode et la plus expéditive, ou bien, ce qui est mieux encore, les employer toutes les deux pour vérifier ses opérations.

Lagrive, dans son Traité de Trigonométrie, a donné une table pour ces réductions, avec les degrés de 5 en 5′, et les distances au centre jusqu'à 12 pieds ; on y trouve aussi des tables de réduction à l'horizon, pour les formules des numéros 126, 130 et 131; mais pour résoudre les cas des numéros 127 et 129, qui sont ceux que l'on rencontre le plus fréquemment dans une chaîne de triangles, on est obligé de faire des calculs assez longs; les tables qui se trouvent à la fin de cet Appendice n'exigent qu'une simple multiplication

et une soustraction, et font toujours connaître si la réduction est additive ou soustractive.

Au n° 200. L'exactitude des opérations trigonométriques dépend essentiellement de la mesure des bases, de leur situation et de l'observation des angles. On ne saurait donc apporter trop d'attention tant dans le choix de ces élémens, que dans leurs mesures.

Lorsqu'il s'agit d'une opération de quelqu'importance, il ne faut point, pour mesurer la base, se servir de la chaîne d'Arpenteur ; car, telle précaution que l'on prenne en mesurant avec cet instrument, il est impossible d'obtenir, avec assez de précision, la mesure de cette base ; et l'erreur, presqu'insensible d'abord, augmenterait à mesure qu'on s'éloignerait (204). Pour éviter ces erreurs, on construit ordinairement des règles de bois de sapin, de la longueur de 5 à 6 mètres : on jalonne la base et on place ces règles alternativement l'une à la suite de l'autre, à mesure qu'on avance sur cet alignement; cette opération est répétée plusieurs fois, et l'on fait, des divers résultats, une somme qui, divisée par le nombre de fois que l'on a mesuré, donne la véritable valeur de la base. Dans le cours des mesures, si le terrain était un peu incliné, ou pourrait mesurer la distance horizontale des règles avec un niveau à perpendicule bien gradué dont l'usage est assez connu. Il faut encore, dans ces opérations, avoir l'attention d'éviter le recul causé par l'effet du choc. Les Savans qui furent chargés de vérifier la longueur du mètre, laissèrent entre les règles un très-petit intervalle qui fut mesuré séparément avec le plus grand soin ; et comme ces opérations exigeaient beaucoup de

précision, ils avaient égard à la dilatation que la variation de la température fait éprouver aux métaux, bois, etc.

Au n° 204. Nous avons averti, n° 204, de l'attention qu'il fallait apporter dans la formation d'une triangulation étendue ; ces précautions diminuent singulièrement lorsqu'on opère avec le cercle répétiteur de Borda ; on obtient tant de précision avec cet instrument, qu'en ayant soin de ne point observer d'angles au-dessous de 20 à 25° pour les triangles du premier ordre, l'erreur qui pourrait résulter de l'observation influerait à peine sur les unités de mètres, à une distance de 5 à 6 lieues. Cet instrument est aujourd'hui assez connu ; sa description et son usage se trouvent dans plusieurs ouvrages.

Au n° 206. Nous avons remarqué qu'en observant les trois angles d'un triangle, il était rare de trouver exactement *deux angles droits*, et qu'il suffisait de répartir la différence sur chacun des angles. Cela se pratique en effet dans les opérations ordinaires du levé des plans, où l'on attribue cette différence aux erreurs des observations. Mais s'il s'agissait d'un travail qui demandât une précision rigoureuse, il faudrait considérer les angles comme appartenans à des triangles sphériques ; alors la somme des trois angles excède *deux droits* d'une quantité Δ, indépendamment de l'erreur que donne l'instrument et l'imperfection de notre vue. Ce petit excès Δ sur 200° est causé par la courbure de la terre.

Si l'on nomme s la surface du triangle, r le rayon de la sphère, on a $\Delta = \frac{s}{r^2} = \frac{s}{r^2} \cdot R''$ en exprimant en secondes. Or il est toujours facile de connaître,

à priori, la surface du triangle sphérique qu'on peut sensiblement considérer comme rectiligne ; alors de chaque angle on retranche $\frac{1}{3}\Delta$, et si la somme des angles ainsi corrigés, diffère encore de 200^{c}, cette différence sera due aux observations, et on la répartira proportionnellement.

Lorsqu'on construit le canevas d'une carte d'après les distances à la méridienne et à la perpendiculaire, il est nécessaire d'avoir égard à cet excès sphérique, connu sous le nom de *théorème remarquable de Legendre.*

Au n° 213. S'il était possible d'observer la valeur des angles avec assez de précision, on pourrait se servir de la boussole pour mesurer les surfaces ; mais comme il faut toujours apporter de l'exactitude dans les opérations de l'arpentage, on doit rejeter cet instrument capricieux pour la mesure des superficies ; c'est à quoi l'ingénieur doit faire bien attention, s'il est jaloux de donner un bon travail.

Au n° 252. Pour plus de simplicité, on peut faire la supposition égale à l'unité. On peut aussi se dispenser de calculer AB et de faire la règle de fausse position ; en effet, après avoir trouvé les angles CAB, ABC on avait ceux DAB, ABD et la ligne AB, on pouvait donc trouver la véritable valeur de AD ; puis le triangle ADC donnait la distance cherchée AC.

Remarque. Ce problème est utile dans la Topographie, pour fixer la position de deux points d'où l'on en apperçoit deux autres dont la distance est connue. Il y a, pour résoudre cette question, une méthode directe qui n'est pas aussi simple que celle qu'on vient de voir. On trouve

dans le Mémoire de M. Delambre des formules particulières pour déterminer les inconnues.

Les ingénieurs doivent faire un fréquent usage de ce problème, pour se rattacher aux points observés par Cassini. Supposons que *A* et *B* sont deux points trigonométrisés par Cassini, par exemple, la tour Saint-Pierre de Rennes, et Becherel, et *C* et *D* deux élévations situées dans la même commune. Si de chacun de ces points *C* et *D* je puis Fig. 163. appercevoir les trois autres, je déterminerai la distance des objets *A* et *B* aux points *C* et *D*. Si, de plus, j'observe en *C*, par exemple, la direction du nord avec l'un des rayons, je pourrai connaître la distance du point *C* à la méridienne et à la perpendiculaire de l'Observatoire de Paris, puisque Cassini me donne celles des points *A* et *B*. Une fois le point *C* déterminé à ces deux lignes magistrales, j'y rapporterai tous les autres points de la commune, que je lierai à celui-ci.

Ce problème sert encore à déterminer la position des objets visibles des points *C* et *D*.

Au n°. 258. Il existe des méthodes géométriques pour résoudre cette question, qu'on peut énoncer ainsi : *Partager la figure* ABCD *par des lignes parallèles au côté* AB, *sans faire usage des opérations graphiques, et sans prolonger* AC, CD, *jusqu'à leur rencontre.* Fig. 7, pl. 24.

Mesurez la surface totale de cette figure, afin de connaître la quantité numérique de chaque division; ensuite, en supposant que la ligne *GH* détermine les limites de la première division, on voit aisément que la question serait résolue si l'on connaissait la perpendiculaire *AO* ou la parallèle *GH*. Pour parvenir à trouver l'une ou l'autre de ces quantités,

j'élève sur AB une perpendiculaire indéfinie Ai, et par un point quelconque o de cette ligne, je mène EF perpendiculaire à Ai; ce qui me donne le trapèze $ABEF$ dont je mesure la hauteur Ao et les deux bases AB, EF. Cela étant fait, si, pour abréger, on représente AB par a, EF par b, Ao par c, GH par x, AO par y, et la surface connue $ABGH$ par s, on aura

$$y = -\frac{ac}{(b-a)} \pm \sqrt{\frac{ac^2}{(a-b)^2} + \frac{2cs}{(b-a)}} \ldots (I)$$

$$\text{et } x = \sqrt{a^2 + (b-a)\,\frac{2s}{c}} \ldots\ldots\ldots (II)\ (*)$$

(*) En effet on a $(a+x)y = 2s$,

$$(a+x)y - (b+x)y - c = (a+b)c.$$

Tirant la valeur de y dans chacune de ces équations, et égalant, on a

$$\frac{2s}{a+x} = \frac{(a+b)c - (b+x)c}{a-b},$$

ou en chassant les dénominateurs, réduisant, transposant et changeant les signes $a^2c + 2bs - 2as = cx^2$, d'où l'on tire

$$x = \sqrt{\frac{a^2c + 2bs - 2as}{c}} = \sqrt{a^2 + (b-a)\frac{2s}{c}}.$$

Si l'on égale la valeur de x prise dans les deux premières équations, on aura

$$\frac{2s - ay}{y} = \frac{ac + by - ay}{c},$$

ou, toute opération faite,

$$y = -\frac{ac}{b-a} \pm \sqrt{\frac{ac^2}{(b-a)^2} + \frac{2cs}{b-a}}.$$

Si a était plus grand que b, on aurait

$$y = \frac{ac}{a-b} \pm \sqrt{\frac{ac^2}{(a-b)^2} + \frac{2cs}{a-b}}.$$

Indépendamment de ces formules, on a encore, en faisant la surface du trapèze $ABEF = s'$

$$(a+x)y = 2s,$$
$$(b+x)y - c = 2s',$$

Si l'on calcule la valeur de y, on la portera sur Ai de A en O, et l'on élevera au point O, sur Ai, une perpendiculaire OH qu'on prolongera en G. Si l'on prend la valeur de x, on la portera de A en d et de B en e, puis on conduira eG parallèle à BC et dH parallèle à AD.

Il est à remarquer que les formules qui donnent x et y, ne changeraient pas quand EF serait au-dessous de GH.

Si la figure était disposée de manière que la quantité s, que je suppose $= ABFGH$, ne pût former un trapèze, on mènerait EF parallèle à AB, puis on calculerait $AO = y$, et l'on mènerait gh perpendiculairement sur AO; cette ligne satisferait à la question, si elle se trouvait entièrement dans le plan; mais comme les triangles Lgt, Fhv ne font point partie de cette figure, il faut trouver un trapèze $tGHv$ égal à la somme de ces deux triangles. Pour cela, je forme un nouveau trapèze $tg'h'v$, et je cherche une nouvelle valeur de y, avec laquelle je détermine les points G et H comme ci-dessus. Quant aux limites des autres divisions, elles se détermineront par des opérations absolument semblables. Fig 8, pl. 24.

S'il est impossible d'entrer dans la figure, on mesurera les angles en A et en B, puis on supposera Ao d'une grandeur telle que la parallèle EF forme

---

d'où l'on tire

$$y = -\frac{(ac+2s-2s'-bc)}{2b-2a} \pm \sqrt{\frac{(ac+2s-2s'-bc)^2}{4(a-b)^2} + \frac{2bs}{b-a}}.$$

Dans cette formule on a $-2s'$ lorsque $s > s'$, et $+2s'$, quand $s > s'$. Si $c-a$ était négatif, on aurait

$$y = \frac{(ac-2s'+bc)}{2a-2b} \pm \sqrt{\frac{(ac+2s+2s'+bc)^2}{4(a-b)^2} - \frac{2bs}{a-b}}.$$

Appliquons ces formules à un exemple.

Supposons $AB = 25$; qu'on fasse $Ao = 10$, que la parallèle EF se trouve de 30, et que le trapèze à déterminer $ABGH = 380$ perches, on aura $AO = y$ par la formule (I) ; en mettant les nombres à la place des lettres, on obtient

$$AO = -\frac{25 \times 10}{30 - 25} \pm \sqrt{\frac{(25 \times 10)^2}{(30 - 25)^2} + \frac{2 \times 380 \times 10}{30 - 25}}$$

$$= -50 \pm \sqrt{2500 + 1520} = 4020 = 63{,}403;$$

donc $AO = 63{,}403 - 50 = 13{,}403.$

Si l'on veut EF, on fera

$$EF = \frac{2s}{y} - a = \frac{790}{13{,}403} - 25 = 31{,}703.$$

En effet, si l'on eût cherché x par la seconde formule, on eût eu

$$x = \sqrt{25^2 + 5 \times \tfrac{760}{10}} = 625 + 380 = 1005 = 31{,}703.$$

équation du 2e degré, qui donne

$$y = -\frac{ar}{(m+p)} \pm \sqrt{\frac{a^2r^2}{(m+p)^2} + \frac{2rs}{m+p}}.$$

Si les angles en A et en B étaient aigus, on aurait $a > b$, et notre formule deviendrait

$$y = \frac{ar}{m+p} \pm \sqrt{\frac{a^2r^2}{(m+p)^2} - \frac{2r's}{(m+p)}}.$$

Si l'un des angles était aigu ou obtus et l'autre droit, on mettrait dans les formules, m ou p à la place de $(m+p)$. Mais si ces mêmes angles étant l'un aigu et l'autre obtus, se trouvaient supplément l'un de l'autre, on aurait $a = b$, c'est-à-dire que la figure serait un parallélogramme, dont la hauteur y se trouverait plus simplement que par la formule du trapèze; car dans ce cas, $y = \frac{s}{a}$: mais si la somme de ces angles est moindre ou surpasse 200°, on aura

$$b = a \mp (m+p).$$

Pour appliquer un exemple à la troisième formule, supposons les angles BAE, ABF respectivement de 118° 56′ et 112° 57′; on aura l'angle GAO de 18° 56′, et l'angle FBk de 12° 57′. Si d'ailleurs on conserve 25 perches pour le côté AB, on aura, en opérant par logarithmes,

tang m ou tang 18° 56′ = 300090 (*)
tang p ou tang 12° 57′ = 200058

tang $(m+p)$ = 500148,
dont le log = 9,6990986.

Cela fait, on a log a = 1,3979400
comp. l. tang $(m+p)$ = 0,3009014

1,6988414 = −49,986.

Log. a^2 = 2.7958800
C. L. T. $(m+p)^2$ = 0.6018028

3.3976828 = 2498,5

L. $2s$ = 2.8808131
C. L. T. $(m+p)$ = 0.3009014

3.1817150 = 1519,6

4001 8,1 log.

De ce nombre = 3.6040207, dont la moitié est .80201 4 = 63,389

Reste...13,403 pour la valeur de $y = AO$.

Cette question aura des applications continuelles dans la pratique de l'arpentage, non pour diviser un terrain par des lignes parallèles, mais pour ôter une quantité donnée d'une figure quelconque; c'est cette

(*) Comme dans les nouvelles tables de log. les tang. ne s'y trouvent point, il faudra pour les obtenir, chercher à quel nombre correspond le log tang du nombre de degrés donné.

raison

raison qui m'a déterminé à chercher à développer ces différentes formules.

Au n° 267. Si l'on ne connaissait A, B, C que par leur distance à la méridienne et à la perpendiculaire de l'Observatoire d'un lieu donné, ainsi que cela arrive quelquefois, on chercherait les côtés du triangle ABC, ce qui ramènerait la règle aux cas ordinaires, puisqu'alors on pourrait calculer les angles de ce triangle. Pour cela, nommons a, b, c les distances des trois objets connus à la méridienne, et a', b', c' les trois distances à la perpendiculaire; dans cet exemple on a

$$BC=\sqrt{(b-c)^2+(c'-b')^2}.\ AC=\sqrt{(a-c)^2+(c'-a')^2}.$$
$$AB=\sqrt{(a-b)^2+a'\,b')^2}.$$

Dans ces formules il faut faire attention à la position des objets relativement à la méridienne et à la perpendiculaire. Dans notre exemple nous supposons $a>b$; $b>c$ et $c'>a'$; $a'>b'$.

Il y a une autre méthode de résoudre cette question; on peut la voir à la page 143 du Mémoire de M. Delambre.

Si les angles en D étaient inclinés, il faudrait les réduire à l'horizon avant de chercher les distances AD, BD, CD.

Au n° 270. Il est encore divers moyens de résoudre cette question; mais quelle que soit celle qu'on emploie, il faut apporter beaucoup de précision si l'on veut approcher de la vérité; c'est pourquoi l'Arpenteur ne peut opérer avec trop de soin, lorsqu'il prolonge ses alignemens malgré des obstacles. Pour plus de sureté, il vaut mieux, lorsque l'obstacle n'est qu'un arbre, reculer à gauche ou à droite, trois jalons d'une petite mesure, d'un demi-mètre, par exemple, et continuer l'aligne-

ment sur ces nouveaux jalons; à la rigueur, deux suffiraient, mais un troisième rectifie et empêche de mener une ligne non parallèle à la première.

Fig. 9, pl. 24. Problèmes. 1°. *Connaissant une base* AB, *les angles* BAC, ABD, BDC, BDE, BEC, BED, *déterminer la position du point* C.

Il est évident que si l'on connaissait l'angle *ABC* ou *DBC*, la question serait résolue.

M. l'abbé Lagrive, dans son Manuel de Géométrie-pratique, page 57, nous donne la solution de cette question à-peu-près en cette manière :

Menez *df* parallèle à *CE*, *fe* parallèle à *DE* et *eg* parallèle à *DC*, l'intersection des lignes *eg*, *fd* sera sur *BC* en *g* (*). Alors dans le triangle *ABd* on a tout ce qu'il faut pour connaître *Bd*; dans le triangle *Bdf* on connaît *Bd* et les angles en *f* et en *B*, on aura donc *df* et *fe*; dans le triangle *Bfe* on connaît aussi tout ce qu'il faut pour avoir *Bf*, *Be*; par le triangle *egf*, dans lequel on connaît un côté et les angles, on aura *eg*; enfin dans le triangle *Beg* on connaît deux côtés et l'angle compris, on calculera l'angle cherché *eBg* ou *eBC*. Une fois cet angle connu, il sera facile de rattacher au triangle *ABC* les points *D* et *E*.

Il est à observer que la combinaison des points *D* et *E* avec *C* rend quelquefois cette solution insuffisante, et que chacun de ces cas particuliers exige sa construction.

On peut parvenir à la solution de ce problème par un procédé bien plus simple. En effet, on peut

(*) En effet, les triangles semblables *Bfe*, *BED* donnent *BD* : *Be* :: *BE* : *Bf*, et les triangles *BDC*, *Bge* donnent aussi *BD* : *Be* :: *BC* : *Bg*, d'où *BE* : *BC* :: *Bf* : *Bg*; mais les triangles *BEC*, *Bfg* donnent aussi *BE* : *BC* :: *Bf* : *bg*; donc le point *g*, etc.

supposer à *DE* une valeur quelconque, et d'après cette supposition, chercher successivement les lignes *DC*, *DB*, et parconséquent l'angle *DBC* qu'on demande. En ayant soin de faire cette supposition = 1, ainsi que cela se fait ordinairement, ce calcul sera infiniment simple et le procédé aura lieu, quelle que soit la place du point *C*; à l'exception néanmoins du cas où il se trouve sur l'alignement *DE*; mais alors le triangle *ABC* se résout directement au moyen de la base *AB* et des angles en *A* et en *B*.

Les ingénieurs feront attention à un autre problème que donne le même auteur, page 55, pour connaître les angles d'un triangle dans lequel on ne connaît qu'un côté et un angle. Le plus certain, pour éviter les erreurs qu'on pourrait commettre en employant cette solution, est de n'en point faire usage et de rejeter toute propriété qui s'écarte trop des vérités géométriques.

2°. *Rattacher deux bases* AB, CD, *au moyen d'un objet* E, *auquel on ne peut aller, mais tel, qu'on a pu l'observer des extrémités de ces bases.*

Puisqu'on a observé aux extrémités des bases qu'on suppose avoir mesurées ou calculées, les triangles *ABE*, *CDE* sont connus; alors, pour fixer la position *AB*, *CD*, la question se réduit à trouver l'un des angles *BED* ou *AEC*. Pour cela, étant aux points *B* et *D*, prenez l'angle que forme l'aiguille aimantée avec les rayons *BE*, *DE*, et vous aurez l'angle que vous cherchez *BED*=*dEB*+*dED*, ainsi qu'on le voit en imaginant *nEd* parallèle à l'aiguille du nord. Fig. 10, pl. 24.

3°. Si du point *D* on voulait mener sur *B*, invisible du premier, une ligne *DB*, on pourrait for-

fig. 11, pl. 24. mer un triangle ABC; mener EF parallèle à AC et mesurer ces parallèles ainsi que AD; ces mesures étant prises, on fera $AC : EF :: AD : EG$; mettant un piquet en G et continuant l'alignement DG, on passera par le point B si l'on a bien opéré.

Cette question peut servir à tracer un alignement du pied d'une montagne à un autre point qui se trouve derrière.

Logarithmes constans.

	Nombre.	Logarithmes.
R'' ou rayon en secondes...	636619″77	=5.8038801 2(*)
C ou $\frac{1}{2}$ circ. ou le ray. = 1...	3.141592	=0.49714987
1 toise.....	1.94904	=0.28983999.

(*) $R' = \frac{20000'}{3.141592} = 6366'1977$, dont le log = 3.8038801 2. Donc

$R'' = \frac{2000000''}{3.141592} = 636619''77$, dont le log = 5.8038801 2.

De plus on a sensiblement

$$\frac{1}{\text{arc } 1''} = \frac{1}{\sin 1''} = R''.$$

Ire TABLE

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

m	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
1	0″000	0″629	2″492	5″589	9″916	15″475		
2	0.000	0.642	2.516	5.625	9.965	15.537		
3	0.001	0.654	2.542	5.662	10.015	15.599		
4	0.001	0.667	2.567	5.700	10.065	15.662		
5	0.001	0.680	2.592	5.737	10.115	15.723		
6	0.002	0.693	2.617	5.775	10.165	15.786		
7	0.003	0.706	2.643	5.813	10.215	15 848		
8	0.004	0.719	2.669	5.850	10.265	15.910		
9	0.005	0.733	2.694	5.889	10.315	15.973		
10	0.006	0.746	2.720	5.927	10.366	16.036	22″935	31″063
11	0.007	0.760	2.746	5.965	10.416	16.099		
12	0.009	0.774	2.772	6.003	10.467	16.162		
13	0.010	0.788	2.798	6.042	10.518	16.226		
14	0.012	0.802	2.825	6.081	10 569	16.288		
15	0.014	0.816	2.851	6.120	10.620	16.352		
16	0.016	0.830	2.878	6.158	10.671	16.415		
17	0.018	0.844	2.904	6.198	10.723	16.479		
18	0.020	0.859	2.931	6.237	10.774	16.543		
19	0.022	0.874	2.958	6.277	10.825	16.606		
20	0.025	0.888	2.985	6.310	10.877	16.670	23.693	31.944
21	0.027	0.903	3.012	6.355	10.929	16.735		
22	0.030	0.918	3.040	6.394	10.981	16.799		
23	0.033	0.933	3.067	6.434	11.033	16.863		
24	0.036	0.948	3.095	6.474	11.085	16.928		
25	0.039	0.964	3.122	6.514	11.138	16.992		
26	0.042	0.979	3.150	6.554	11.190	17.057		
27	0.045	0.995	3.178	6.594	11.243	17.122		
28	0.048	1.010	3.206	6.635	11.296	17.187		
29	0.052	1.026	3.234	6.675	11.349	17.252		
30	0.056	1.042	3.263	6.716	11 401	17.317	24.463	32.836
31	0.059	1.059	3.291	6.757	11.454	17.383		
32	0.063	1.075	3.319	6.798	11.507	17.448		
33	0.067	1.091	3.348	6.839	11.561	17.514		
34	0.071	1.107	3.377	6.880	11.614	17.580		

Suite de la PREMIÈRE TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

m	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
35	0″.076	1″.124	3″.406	6″.921	11″.668	17″.645		
36	0.080	1.141	3.435	6.962	11.721	17.711		
37	0.084	1.158	3.464	7.004	11.775	17.778		
38	0.089	1.175	3.494	7.045	11.829	17.844		
39	0.094	1.192	3.523	7.087	11.883	17.910		
40	0.099	1.209	3.553	7.129	11.937	17.977	25″.245	33″.741
41	0.104	1.226	3.582	7.171	11.992	18.043		
42	0.109	1.244	3.612	7.213	12.046	18.110		
43	0.114	1.261	3.642	7.255	12.101	18.177		
44	0.119	1.279	3.672	7.298	12.155	18.244		
45	0.125	1.297	3.702	7.340	12.210	18.311		
46	0.131	1.315	3.732	7.383	12.265	18.378		
47	0.136	1.333	3.763	7.426	12.320	18.446		
48	0.142	1.351	3.793	7.468	12.375	18.513		
49	0.148	1.369	3.824	7.512	12.431	18.581		
50	0.154	1.388	3.855	7.555	12.486	18.648	26.040	34.658
51	0.160	1.406	3.886	7.598	12.542	18.716		
52	0.167	1.425	3.917	7.641	12.597	18.784		
53	0.173	1.444	3.948	7.685	12.653	18.852		
54	0.180	1.463	3.979	7.728	12.709	18.920		
55	0.187	1.482	4.011	7.772	12.765	18.989		
56	0.193	1.501	4.042	7.816	12.821	19.057		
57	0.200	1.520	4.074	7.860	12.878	19.125		
58	0.208	1.540	4.106	7.904	12.934	19.194		
59	0.215	1.559	4.137	7.948	12.990	19.263		
60	0.222	1.579	4.169	7.992	13.047	19.332	26.846	35.587
61	0.230	1.599	4.201	8.037	13.104	19.401		
62	0.237	1.619	4.234	8.081	13.161	19.470		
63	0.245	1.639	4.266	8.126	13.218	19.539		
64	0.253	1.659	4.299	8.171	13.275	19.609		
65	0.261	1.679	4.331	8.216	13.332	19.678		
66	0.269	1.700	4.364	8.261	13.389	19.748		
67	0.277	1.720	4.397	8.306	13.447	19.818		
68	0.285	1.741	4.430	8.351	13.503	19.888		

Suite de la PREMIÈRE TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

m	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
69	0.294	1.762	4.463	8.397	13.562	19.958		
70	0.302	1.783	4.496	8.442	13.620	20.028	27″ 665	36″ 523
71	0.311	1.804	4.531	8.488	13.678	20.098		
72	0.320	1.825	4.563	8.534	13.736	20.169		
73	0.329	1.846	4.597	8.580	13.794	20.239		
74	0.338	1.867	4.630	8.626	13.853	20.310		
75	0 347	1.889	4.664	8.672	13.911	20.381		
76	0.356	1.911	4.698	8.718	13.970	20.452		
77	0.366	1.932	4.732	8.764	14.029	20.523		
78	0.375	1.954	4.767	8.811	14.088	20.594		
79	0.385	1.976	4.801	8.858	14.147	20.665		
80	0.395	1.999	4.835	8.905	14.206	20.737	28.496	37.482
81	0.405	2.021	4.870	8.951	14.265	20.808		
82	0.415	2.043	4.905	8.999	14.324	20.879		
83	0.425	2.066	4.939	9.046	14.384	20.951		
84	0.435	2.088	4.974	9.093	14.443	21.023		
85	0.446	2.111	5.010	9.140	14.503	21.096		
86	0.456	2.1345	5.045	9.188	14.563	21.168		
87	0.467	2.157	5.080	9.235	14.623	21.240		
88	0.478	2.180	5.116	9.283	14.683	21.312		
89	0.489	2.203	5.151	9.331	14.743	21.385		
90	0.500	2.227	5.187	9.379	14.803	21.457	29,339	38.448
91	0.511	2.250	5.223	9.428	14.864	21.530		
92	0.522	2.274	5.259	9.476	14.924	21.603		
93	0.534	2.298	5.295	9.524	14.985	21.675		
94	0.545	2.322	5.331	9.573	15.046	21.749		
95	0.557	2.346	5.367	9.621	15.107	21.822		
96	0.568	2.370	5.404	9.670	15.168	21.895		
97	0.580	2.394	5.440	9.719	15.229	21.969		
98	0.592	2.418	5.477	9.768	15.290	22.042		
99	0.605	2.443	5.514	9.817	15.352	22.116		
100	0.617	2.467	5.551	9.867	15.413	22.190	30.195	39.426

IIme TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
5. 0	2″50	1620″3	195. 0				
10	2.55	1588.5	90	7. 60	3″80	1065″ 4	40
20	2.60	1557.9	80	70	3.85	1051. 4	30
30	2.65	1528.5	70	40	3.90	1037. 9	20
40	2.70	1500.1	60	90	3.96	1024. 7	10
50	2.75	1472.8	50	8. 0	4.01	1011. 9	192. 0
60	2.80	1446.5	40	10	4.06	999.35	90
70	2.85	1421.1	30	20	4.11	987.13	80
80	2.90	1396.6	20	30	4.16	975.21	70
90	2.95	1372.9	10	40	4.21	963.56	60
6. 0	3.00	1349.9	194 0	50	4.26	952.19	50
10	3.05	1327.8	90	60	4.31	941.09	40
20	3.10	1306.3	80	70	4.36	930.24	30
30	3.15	1285.6	70	80	4.41	919.63	20
40	3.20	1265.4	60	90	4.46	909.27	10
50	3.25	1245 9	50	9. 0	4.51	899.13	191. 0
60	3.30	1227.0	40	10	4.56	889.22	90
70	3.35	1208.7	30	20	4.61	879.52	80
80	3.40	1190.9	20	30	4.66	870.03	70
90	3.45	1173.6	10	40	4.71	860.74	60
7. 0	3.50	1156.8	193. 0	50	4.76	851.65	50
10	3.55	1140.5	90	60	4.81	842.74	40
20	3.60	1124.6	80	70	4.86	834.02	30
30	3.65	1109.1	70	80	4.91	825.48	20
40	3.70	1094.1	60	90	4.96	817.11	10
50	3.75	1079.5	50	10. 0	5.01	808.91	190. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
10. 10	5.06	800.86	90	12. 60	6.32	641.21	40
20	5.11	792.98	80	70	6.37	636.13	30
30	5.16	785.24	70	80	6.42	631.12	20
40	5.21	777.66	60	90	6.47	626.20	10
50	5.26	770.22	50	13. 0	6.52	621.35	187. 0
60	5.31	762.92	40	10	6.57	616.57	90
70	5.36	755.76	30	20	6.62	611.87	80
80	5.41	748.73	20	30	6.67	607.23	70
90	5.46	741.82	10	40	6.72	602.67	60
11. 0	5.51	735.05	189. 0	50	6.78	598 17	50
10	5.56	728.39	90	60	6.83	593.74	40
20	5.61	721.85	80	70	6.88	589.37	30
30	5.66	715.43	70	80	6.93	585.07	20
40	5.72	709.13	60	90	6.98	580.82	10
50	5.77	702.92	50	14. 0	7.03	576.64	186. 0
60	5.82	696.83	40	10	7.08	572.52	90
70	5.87	690.84	30	20	7.13	568.45	80
80	5.92	684.96	20	30	7.18	564.45	70
90	5.97	679.17	10	40	7.23	560.50	60
12. 00	6.02	673.47	188. 0	50	7.28	556.59	50
10	6.07	667.87	90	60	7.33	552.75	40
20	6.12	662.37	80	70	7.38	548.95	30
30	6.17	656.95	70	80	7.43	555.21	20
40	6.22	651.62	60	90	7.48	541.52	10
50	6.27	646.37	50	15. 0	7.53	537.88	185. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
15. 10	7″59	534″28	90	17. 60	8″86	457″61	40
20	7.64	530.73	80	70	8.91	454.99	30
30	7.69	527.23	70	80	8.96	452.40	20
40	7.74	523.77	60	90	9.01	449.84	10
50	7.79	520.36	50	18. 0	9.06	447.31	182. 0
60	7.84	516.99	40	10	9.11	444.81	90
70	7.89	513.67	30	20	9.16	442.33	80
80	7.94	510 38	20	30	9.21	439.88	70
90	7.99	507.14	10	40	9.26	437.46	60
16. 0	8.04	503.94	184. 0	50	9.32	435.06	50
10	8.09	500.77	90	60	9.37	432.69	40
20	8.14	497.65	80	70	9.42	430.34	30
30	8.19	494.56	70	80	9.47	428.02	20
40	8.25	491.51	60	90	9.52	425.72	10
50	8.30	488.50	50	19. 0	9.57	423.44	181. 0
60	8.35	485.53	40	10	9.62	421.19	90
70	8.40	482.59	30	20	9.67	418.97	80
80	8.45	479.68	20	30	9.72	416.76	70
90	8.50	476.81	10	40	9.78	414.58	60
17. 0	8.55	473.97	183. 0	50	9 83	412.42	50
10	8.60	471.16	90	60	9.88	410.28	40
20	8.65	468.39	80	70	9.93	408.16	30
30	8.70	465.65	70	80	9.98	406.07	20
40	8.75	462.94	60	90	10.03	404. 0	10
50	8.81	460.26	50	20. 0	10.08	401.95	180. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
20. 10	10″ 13	399″ 91	90	22. 60	11″ 42	354″ 88	40
20	10.19	397.90	80	70	11.47	353.29	30
30	10.24	395.91	70	80	11.52	351.70	20
40	10.29	393.93	60	90	11.58	350.14	10
50	10.34	391.98	50	23. 0	11.63	348.58	177. 0
60	10.39	390.04	40	10	11.68	347.04	90
70	10.44	388.12	30	20	11.73	345.51	80
80	10.49	386.22	20	30	11.78	343.99	70
90	10.54	384.34	10	40	11.83	342.49	60
21. 0	10.60	382.48	179. 0	50	11.89	341.00	50
10	10.65	380.63	90	60	11.94	339.52	40
20	10.70	378.80	80	70	11.99	338.05	30
30	10.75	376.99	70	80	12.04	336.60	20
40	10.80	375.20	60	90	12.09	335.16	10
50	10.85	373.42	50	24. 0	12.14	333.73	176. 0
60	10.90	371.66	40	10	12.20	332.31	90
70	10.96	369.91	30	20	12.25	330.90	80
80	11.00	368.18	20	30	12.30	329.51	70
90	11.06	366.47	10	40	12.35	328.12	60
22. 0	11.11	364.77	178. 0	50	12.40	326.75	50
10	11.16	363.08	90	60	12.45	325.39	40
20	11.21	361.41	80	70	12.51	324.04	30
30	11.27	359.76	70	80	12.56	322.70	20
40	11.32	358.12	60	90	12.61	321.37	10
50	11.37	356.50	50	25. 0	12.66	320.05	175. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
25. 10	12″72	318″74	90	27. 60	14″02	289″07	40
20	12.77	317.44	80	70	14.07	288.00	30
30	12.82	316.16	70	80	14.13	286.92	20
40	12.87	314.88	60	90	14.18	285.86	10
50	12.92	313.61	50	28. 0	14.23	284.81	172. 0
60	12.98	312.35	40	10	14.28	283.76	90
70	13.03	311.10	30	20	14.34	282.72	80
80	13.08	309.86	20	30	14.39	281.69	70
90	13.13	308.63	10	40	14.44	280.66	60
26. 0	13.18	307.41	174. 0	50	14.49	279.64	50
10	13.24	306.20	90	60	14.55	278.63	40
20	13.29	305.00	80	70	14.60	277 63	30
30	13.34	303.81	70	80	14.65	276.63	20
40	13.39	302.62	60	90	14.70	275.64	10
50	13.44	301.45	50	29. 0	14.76	274.66	171. 0
60	13.50	300.28	40	10	14.81	273.68	90
70	13.55	299.12	30	20	14.86	272.71	80
80	13.61	297 97	20	30	14.91	271.74	70
90	13.66	296.83	10	40	14.97	270.79	60
27. 0	13.71	295.70	173. 0	50	15.02	269.84	50
10	13.76	294.57	90	60	15.07	268.89	40
20	13.81	293.45	80	70	15.13	267.95	30
30	13.96	292.35	70	80	15.18	267.02	20
40	13.92	291.25	60	90	15.23	266.09	10
50	13.97	290.15	50	30. 0	15.28	265.17	170. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
30. 10	15″34	264″26	90	32. 60	16″67	243″18	40
20	15.39	263.35	80	70	16.72	242.40	30
30	15.44	262.44	70	80	16.77	241.63	20
40	15.50	261.55	60	90	16.83	240.86	10
50	15.55	260.66	50	33. 0	16.88	240.10	167. 0
60	15.60	259.77	40	10	16.93	239.34	90
70	15.66	258.89	30	20	16.99	238.59	80
80	15.71	258.02	20	30	17.04	237.84	70
90	15.76	257.15	10	40	17.09	237.09	60
31. 0	15.81	256.29	169. 0	50	17.15	236.35	50
10	15.87	255.43	90	60	17.21	235.61	40
20	15.92	254.57	80	70	17.26	234.88	30
30	15.97	253.73	70	80	17.31	234.15	20
40	16.03	252.89	60	90	17.36	233.43	10
50	16.08	252.05	50	34. 0	17.42	232.71	166. 0
60	16.13	251.22	40	10	17.47	231.99	90
70	16.19	250.39	30	20	17.52	231.28	80
80	16.24	249.57	20	30	17.58	230.57	70
90	16.29	248.76	10	40	17.63	229.87	60
32. 0	16.35	247.95	168. 0	50	17.69	229.17	50
10	16.40	247.14	90	60	17.74	228.47	40
20	16.45	246.34	80	70	17.79	227.78	30
30	16.51	245.54	70	80	17.85	227.10	20
40	16.56	244.75	60	90	17.90	226.41	10
50	16.61	243.97	50	35. 0	17.95	225.73	165. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D.	M.	Tang +	Cotang −		D.	M.	Tang +	Cotang −	
35.	10	18″ 01	225″ 05	90	37.	60	19″ 36	209″ 27	40
	20	18.06	224.38	80		70	19.42	208.68	30
	30	18.12	223.72	70		80	19.47	208.10	20
	40	18.17	223.04	60		90	19.53	207.52	10
	50	18.22	222.38	50	38.	0	19.58	206.94	162. 0
	60	18.28	221.72	40		10	19.64	206.36	90
	70	18.33	221.07	30		20	19.69	205.79	80
	80	18.39	220.42	20		30	19.75	205.21	70
	90	18.44	219.77	10		40	19.80	204.64	60
36.	0	18.50	219.12	164. 0		50	19.86	204.08	50
	10	18.55	218.49	90		60	19.91	203.52	40
	20	18.60	217.85	80		70	19.97	202.96	30
	30	18.66	217.21	70		80	20.02	202.40	20
	40	18.71	216.58	60		90	20.08	201.85	10
	50	18.77	215.96	50	39.	0	20.13	201.30	161. 0
	60	18.82	215.33	40		10	20.19	200.75	90
	70	18.88	214.71	30		20	20.24	200.20	80
	80	18.93	214.10	20		30	20.30	199.66	70
	90	18.98	213.48	10		40	20.35	199.12	60
37.	0	19.04	212.87	163. 0		50	20.41	198.58	50
	10	19.09	212.26	90		60	20.46	198.04	40
	20	19.15	211.66	80		70	20.52	197.51	30
	30	19.20	211.06	70		80	20.57	196.98	20
	40	19.26	210.46	60		90	20.63	196.45	10
	50	19.31	209.87	50	40.	0	20.69	195.93	160. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
40. 10	20.74	195″ 41	90	42. 60	22″ 13	183″ 12	40
20	20.80	194.89	80	60	22.19	182.66	30
30	20.85	194.37	70	80	22.24	182.20	20
40	20.91	193.86	60	90	22.30	181.74	10
50	20.96	193.34	50	43. 0	22.36	181.28	157. 0
60	21.02	192.83	40	10	22.41	180.83	90
70	21.07	192.33	30	20	22.46	180.38	80
80	21.13	191.82	30	30	22.53	179.93	70
90	21.18	191.32	10	40	22.58	179.48	60
41. 0	21.24	190.82	159. 0	50	22.64	179.03	50
10	21.29	190.32	90	60	22.69	178.59	40
20	21.35	189.82	80	70	22.75	178.14	30
30	21.40	189.33	70	80	22.81	177.70	20
40	21.46	188.84	60	90	22.86	177.27	10
50	21.52	188.35	50	44. 0	22.92	176.83	156. 0
60	21.58	187.87	40	10	22.98	176.39	90
70	21.63	187.38	30	20	23.03	175.96	80
80	21.69	186.90	20	30	23.09	175.53	70
90	21.74	186.42	10	40	23.15	175.10	60
42. 0	21.80	185.94	158. 0	50	23.20	174.67	50
10	21.85	185.47	90	60	23.26	174.25	40
20	21.91	184.99	80	70	23.32	173.82	30
30	21.96	184.52	70	80	23.37	173.40	20
40	22.02	184.05	60	90	23.43	172.98	10
50	22.08	183.58	157.50	45. 0	23.49	172.56	155. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
45. 10	23″ 54	172″ 15	90	47. 60	24″ 97	162″ 28	40
20	60	1.73	80	70	25.03	1.91	30
30	65	1.32	70	80	09	1.54	20
40	71	170.91	60	90	15	1.16	10
50	77	0.50	50	48. 0	21	160.79	152. 0
60	83	0.09	40	10	26	0.42	90
70	88	169.68	30	20	32	0 06	80
80	94	9.28	20	30	38	159.69	70
90	24. 0	8.88	10	40	44	9.33	60
46. 0	06	8.48	154. 0	50	50	8.97	50
10	11	8.08	90	60	55	8.60	40
20	17	7.68	80	70	61	8.24	30
30	23	7.28	70	80	67	7.89	20
40	28	6.89	60	90	73	7.53	10
50	34	6.50	50	49. 0	79	7 17	151. 0
60	40	6.11	40	10	84	6.82	90
70	46	5.72	30	20	90	6.47	80
80	51	5.33	20	30	96	6.12	70
90	57	4.94	10	40	26.02	5.77	60
47. 0	63	4.55	153. 0	50	08	5.42	50
10	69	4.17	90	60	14	5.07	40
20	74	3.79	80	70	19	4.72	30
30	80	3.41	70	80	25	4.38	20
40	86	3.02	60	90	31	4.04	10
50	92	2.65	50	50. 0	37	153.69	150. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
50. 10	26″ 43	153″ 35	90	52. 60	27″ 91	145″ 23	40
20	49	3.01	80	70	97	144.92	30
30	55	2.67	70	80	28.03	144.61	20
40	60	2.34	60	90	08	4.31	10
50	66	2.00	50	53. 0	14	4.00	147. 0
60	72	1.67	40	10	20	3.70	90
70	78	1.33	30	20	26	3.39	80
80	84	1.00	20	30	32	3.09	70
90	90	150.67	10	40	38	2.79	60
51. 0	96	0.34	149. 0	50	44	2.49	50
10	27.02	0.01	90	60	50	2.19	40
20	08	149.69	80	70	56	1.89	30
30	13	9.36	70	80	62	1.59	20
40	19	9.04	60	90	68	1.29	10
50	25	8.71	50	54. 0	74	1.00	146. 0
60	31	8.39	40	10	80	140.70	90
70	37	8.07	30	20	86	0.41	80
80	43	7.75	20	30	93	0.11	70
90	49	7.43	10	40	99	139.82	60
52. 0	55	7.11	148. 0	50	29.05	9.53	50
10	61	6.80	90	60	11	9.24	40
20	67	6.48	80	70	17	8.96	30
30	73	6.17	70	80	23	8.67	20
40	79	5.86	60	90	29	8.38	10
50	27.85	145.54	50	55. 0	29.35	138.09	145 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
55. 10	29″ 41	137″ 81	90	57. 60	30″ 94	130″ 99	40
20	47	7.53	80	70	31.00	73	30
30	53	7.24	70	80	06	47	20
40	59	6.96	60	90	13	21	10
50	65	6.68	50	58. 0	19	129.95	142. 0
60	71	6.40	40	10	25	69	90
70	77	6.12	30	20	31	44	80
80	84	5.84	20	30	37	18	70
90	90	5.56	10	40	44	128.92	60
56. 0	96	5.29	144. 0	50	50	67	50
10	30.02	5.01	90	60	56	41	40
20	03	4.74	80	70	62	16	30
30	14	4.46	70	80	69	127.91	20
40	20	4.19	60	90	75	66	10
50	26	3.92	50	59. 0	81	41	141. 0
60	32	3.65	40	10	87	16	90
70	39	3.38	30	20	94	126.91	80
80	45	3.11	20	30	32.00	66	70
90	51	2.84	10	40	06	41	60
57. 0	57	2.58	143. 0	50	12	17	50
10	63	2.31	90	60	19	125.92	40
20	69	2.04	80	70	25	68	30
30	75	1.78	70	80	31	43	20
40	82	1.51	60	90	37	19	10
50	30.88	131.25	50	60. 0	32.44	124.94	140. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Digitized by Google

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
60. 10	32″ 50	124″ 70	90	62. 60	34″ 09	118″ 88	40
20	56	46	80	70	16	65	30
30	63	22	70	80	22	43	20
40	69	123. 98	60	90	29	21	10
50	75	74	50	63. 0	35	117. 99	137. 0
60	81	50	40	10	41	76	90
70	88	26	30	20	48	54	80
80	94	03	20	30	54	32	70
90	33. 01	122. 79	10	40	61	10	60
61. 0	07	55	139. 0	50	67	116. 89	50
10	13	32	90	60	74	67	40
20	20	09	80	70	80	45	30
30	26	121. 85	70	80	87	23	20
40	32	62	60	90	93	02	10
50	39	39	50	64. 0	35. 00	115. 80	136. 0
60	45	16	40	10	06	58	90
70	52	120. 92	30	20	13	37	80
80	58	70	20	30	19	16	70
90	64	47	10	40	26	114. 94	60
62. 0	71	24	138. 0	50	32	73	50
10	77	01	90	60	39	52	40
20	84	119. 78	80	70	46	31	30
30	90	55	70	80	52	10	20
40	96	33	60	90	59	113. 89	10
50	34. 03	119. 10	50	65. 0	65. 65	68	135. 0

	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
65. 10	35″ 72	113″ 47	90	67. 60	33″ 38	108″ 42	40
20	78	26	80	70	45	23	30
30	85	05	70	80	51	03	20
40	92	112.84	60	90	58	107.84	10
50	98	64	50	68. 0	65	65	132. 0
60	36.05	43	40	10	72	45	90
70	11	22	30	20	78	26	80
80	18	02	20	30	85	07	70
90	25	111.82	10	40	92	106.88	60
66. 0	31	61	134. 0	50	99	69	50
10	38	41	90	60	38.06	50	40
20	44	21	80	70	12	31	30
30	51	00	70	80	19	12	20
40	58	110.80	60	90	26	105.93	10
50	64	60	50	69. 0	33	74	131. 0
60	71	40	40	10	40	55	90
70	78	20	30	20	46	37	80
80	84	00	20	30	53	18	70
90	91	109.80	10	40	60	104.99	60
67. 0	98	60	133. 0	50	67	80	50
10	37.04	40	90	60	74	62	40
20	11	21	80	70	81	44	30
30	18	01	70	80	87	25	20
40	25	108.81	60	90	94	07	10
50	31	62	50	70. 0	39.01	103.89	130. 0

	Cot −	Tang +	D. M.		Cot −	Tang +	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
70. 10	39″08	103″70	90	72. 60	40″82	99″28	40
20	15	52	80	70	89	11	30
30	22	34	70	80	96	98.94	20
40	29	16	60	90	41.04	77	10
50	36	102.98	50	73. 0	11	59	127. 0
60	43	80	40	10	17	43	90
70	50	62	30	20	25	26	80
80	56	44	20	30	32	09	70
90	63	26	10	40	39	97.92	60
71. 0	70	08	129. 0	50	46	75	50
10	77	101.90	90	60	53	58	40
20	84	72	80	70	60	42	30
30	91	55	70	80	68	25	20
40	98	37	60	90	75	08	10
50	40.05	19	50	74. 0	82	96.92	126. 0
60	12	02	40	10	89	75	90
70	19	100.84	30	20	96	59	80
80	26	66	20	30	42.03	42	70
90	33	49	10	40	10	26	60
72. 0	40	32	128. 0	50	18	09	50
10	47	14	90	60	25	95.93	40
20	54	99.97	80	70	32	76	30
30	61	79	70	80	39	60	20
40	68	62	60	90	47	44	10
50	75	45	50	75. 0	54	28	125. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
75. 10	42″ 61	95″ 12	90	77. 6o	44″ 44	91″ 19	40
20	68	94. 95	80	70	52	04	30
30	75	79	70	80	59	90. 88	20
40	83	63	60	90	67	73	10
50	90	47	50	78. 0	74	58	122. 0
60	97	31	40	10	82	43	90
70	43. 05	15	30	20	89	28	80
80	12	93. 99	20	30	97	13	70
90	19	83	10	40	45. 04	89. 98	60
76.	26	68	124. 0	50	12	83	50
10	34	52	90	60	19	68	40
20	41	36	80	70	27	53	30
30	48	20	70	80	34	38	20
40	56	05	60	90	42	23	10
50	63	92. 89	50	79. 0	49	09	121. 0
60	70	73	40	10	57	88. 94	90
70	78	58	30	20	64	79	80
80	85	42	20	30	72	64	70
90	93	27	10	40	80	50	60
77.	44. 00	11	123. 0	50	87	35	50
10	07	91. 96	90	60	95	20	40
20	15	80	80	70	49. 02	06	30
30	22	65	70	80	10	87. 91	20
40	30	50	60	90	18	77	10
50	37	34	50	80. 0	25	62	120. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
80. 10	46″ 33	87″ 48	90	82. 60	48″ 27	83″ 96	40
20	41	33	80	70	35	83	30
30	48	19	70	80	43	69	20
40	56	05	60	90	51	55	10
50	64	86.90	50	83. 0	59	42	117. 0
60	71	76	40	10	66	28	90
70	79	62	30	20	74	15	80
80	87	47	20	30	82	01	70
90	94	33	10	40	90	82.88	60
81. 0	47.02	19	119. 0	50	98	74	50
10	10	05	90	60	49.06	61	40
20	18	85.91	80	70	14	47	30
30	25	77	70	80	22	34	20
40	33	63	60	90	30	21	10
50	41	49	50	84. 0	38	07	116. 0
60	49	35	40	10	46	81.94	90
70	56	21	30	20	54	81	80
80	64	07	20	30	62	67	70
90	72	84.93	10	40	70	54	60
82. 0	80	79	118. 0	50	78	41	50
10	88	65	90	60	86	28	40
20	96	51	80	70	94	15	30
30	48.03	37	70	80	50.03	02	20
40	11	24	60	90	11	80.89	10
50	19	10	50	85. 0	19	75	115. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
85. 10	50″ 27	80″ 62	90	87. 60	52″ 33	77″ 45	40
20	35	49	80	70	41	32	30
30	43	36	70	80	50	20	20
40	51	24	60	90	58	08	10
50	59	11	50	88. 0	67	76.95	112. 0
60	68	79.98	40	10	75	83	90
70	76	85	30	20	83	71	80
80	84	72	20	30	92	59	70
90	92	59	10	40	53. 0	46	60
86. 0	51. 0	46	114. 0	50	09	34	50
10	09	34	90	60	17	22	40
20	17	21	80	70	26	10	30
30	25	08	70	80	34	75.98	20
40	33	78.95	60	90	43	86	10
50	41	83	50	89. 0	51	74	111. 0
60	50	70	40	10	60	61	90
70	58	57	30	20	68	49	80
80	66	45	20	30	77	37	70
90	75	32	10	40	86	25	60
87. 0	83	20	113. 0	50	94	13	50
10	91	07	90	60	54.03	02	40
20	52. 0	77.95	80	70	11	74.90	30
30	08	82	70	80	20	78	20
40	16	70	60	90	29	66	10
50	25	57	50	90. 0	37	54	110. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE;

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
90. 10	54″ 46	74″ 42	90	92. 60	56″ 66	71″ 53	40
20	55	30	80	70	75	41	30
30	63	18	70	80	84	30	20
40	72	07	60	90	93	19	10
50	81	73.95	50	93. 0	57.02	08	107. 0
60	89	83	40	10	11	70.96	90
70	98	71	30	20	20	85	80
80	55.07	60	20	30	29	74	70
90	16	48	10	40	38	63	60
91. 0	24	36	109. 0	50	47	52	50
10	33	25	90	60	56	41	40
20	42	13	80	70	65	30	30
30	51	02	70	80	75	18	20
40	59	72.90	60	90	84	07	10
50	68	78	50	94. 0	93	69.96	106. 0
60	77	67	40	10	58.02	85	90
70	86	55	30	20	11	74	80
80	95	44	20	30	20	63	70
90	56.04	32	10	40	29	52	60
92. 0	13	21	108. 0	50	39	41	50
10	21	10	90	60	48	30	40
20	30	71.98	80	70	57	20	30
30	39	87	70	80	66	09	20
40	48	75	60	90	76	68.98	10
50	57	64	50	95. 0	85	87	105. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

Suite de la DEUXIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

D. M.	Tang +	Cotang −		D. M.	Tang +	Cotang −	
95. 10	58″ 94	68″ 76	90	97. 60	61″ 31	66″ 11	40
20	59. 03	65	80	70	40	66. 0	30
30	13	54	70	80	50	65. 90	20
40	22	44	60	90	60	80	10
50	31	33	50	98. 0	69	69	102. 0
60	41	22	40	10	79	59	90
70	50	11	30	20	89	49	80
80	59	01	20	30	98	39	70
90	69	67. 90	10	40	62. 08	28	60
96. 0	78	79	104. 0	50	18	18	50
10	88	69	90	60	28	08	40
20	97	58	80	70	38	64. 98	30
30	60. 07	47	70	80	47	87	20
40	16	37	60	90	57	77	10
50	24	26	50	99. 0	67	67	101. 0
60	35	16	40	10	77	57	90
70	44	05	30	20	87	47	80
80	54	66. 95	20	30	97	37	70
90	64	84	10	40	63. 06	26	60
97. 0	73	73	103. 0	50	16	16	50
10	83	63	90	60	26	06	40
20	92	53	80	70	36	63. 96	30
30	61. 02	42	70	80	46	86	20
40	11	32	60	90	56	76	10
50	21	21	50	100. 0	63. 66	63. 66	100. 0
	− Cot	+ Tang	D. M.		− Cot	+ Tang	D. M.

IIIme TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

	d. m. o. o.	d. m. o. 10.	d. m. o. 20.	d. m. o. 30.	d. m. o. 40	d. m. o. 50.	d. m. o. 60.	d. m. o. 70.	d. m. o. 80	d. m. o. 90.
10′	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0001	1.0001	1.0001
20	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
30	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
40	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
50	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
60	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
70	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
80	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
90	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1° 0	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3
30	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
40	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
50	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4
60	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
70	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
80	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5
90	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5
2. 0	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6
10	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6
20	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7
30	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7
40	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8
50	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
60	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9
70	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10
80	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11
90	10	10	10	10	11	11	11	11	11	11
3. 0	11	11	11	11	11	11	12	12	12	12
10	12	12	12	12	12	12	12	13	13	13
20	13	13	13	13	13	13	13	13	13	14
30	13	13	14	14	14	14	14	14	14	14
40	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15
50	15	15	15	15	15	15	16	16	16	16
60	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17
70	17	17	17	17	17	17	17	18	18	18
80	18	18	18	18	18	18	18	18	19	19
90	19	19	19	19	19	19	19	19	20	20
4. 0	20	20	20	20	20	20	20	20	21	21

Suite de la TROISIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

	d. m. 1. 0	d. m. 1. 10.	d. m. 1. 20.	d. m. 1. 30.	d. m. 1. 40.	d. m. 1. 50.	d. m. 1. 60.	d. m. 1. 70.	d. m. 1. 80.	d. m. 1. 90.
10'	1.0001	1.0002	1.0002	1.0002	1.0003	1.0003	1.0003	1.0004	1.0004	1.0004
20	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5
30	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5
40	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5
50	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
60	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5
70	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5
80	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5
90	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5
1° 0	3	3	3	3	4	4	4	5	5	6
10	3	3	3	4	4	4	5	5	6	6
20	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6
30	3	4	4	4	4	5	5	6	6	7
40	4	4	4	5	5	5	5	6	7	7
50	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7
60	4	5	5	5	6	6	6	7	7	8
70	5	5	5	6	6	6	7	7	8	8
80	5	6	6	6	7	7	7	8	8	9
90	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9
2. 0	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9
10	7	7	7	7	8	8	9	9	9	10
20	7	8	8	8	8	9	9	9	10	11
30	8	8	8	9	9	9	10	10	11	11
40	8	9	9	9	9	10	10	11	11	12
50	9	9	9	10	10	11	11	11	12	12
60	9	10	10	10	11	11	12	12	12	13
70	10	11	11	11	11	12	12	13	13	14
80	11	11	12	12	12	12	13	13	14	14
90	12	12	12	12	13	13	14	14	15	15
3. 0	12	13	13	13	14	14	14	15	15	16
10	13	13	14	14	14	15	15	15	16	16
20	14	14	14	15	15	15	16	16	17	17
30	15	15	15	16	16	16	17	17	17	18
40	15	16	16	16	17	17	18	18	18	19
50	16	17	17	17	18	18	18	19	19	20
60	17	18	18	18	18	18	19	20	20	21
70	18	18	19	19	19	19	20	21	21	22
80	19	19	20	20	20	20	21	21	22	22
90	20	20	21	21	21	21	22	22	23	23
4. 0	21	21	21	22	22	22	23	23	24	24

Digitized by Google

Suite de la TROISIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

	d. m. 2. 0.	d. m. 2. 10.	d. m. 2. 20.	d. m. 2. 30.	d. m. 2 40.	d. m. 2. 50.	d. m. 2. 60.	d. m. 2. 70.	d. m. 2. 80.	d. m. 2. 90.
10′	1.0005	1.0005	1.0006	1.0006	1.0007	1.0008	1.0008	1.0009	1.0010	1.0010
20	5	5	6	7	7	8	8	9	10	10
30	5	6	6	7	7	8	9	9	10	10
40	5	6	6	7	7	8	9	9	10	11
50	5	6	6	7	7	8	9	9	10	11
60	5	6	6	7	8	8	9	9	10	11
70	6	6	7	7	8	8	9	10	10	11
80	6	6	7	7	8	9	9	10	10	11
90	6	6	7	7	8	9	9	10	11	11
1° 0	6	7	7	8	8	9	9	10	11	12
10	6	7	7	8	8	9	9	10	11	12
20	7	7	8	8	9	9	10	11	12	12
30	7	7	8	9	9	10	10	11	12	12
40	7	8	8	9	9	10	11	11	12	13
50	8	8	9	9	10	11	11	12	12	13
60	8	9	9	10	10	11	12	12	13	14
70	9	9	9	10	11	11	12	13	13	14
80	9	9	10	11	11	12	12	13	14	15
90	9	10	11	11	12	12	13	14	14	15
2. 0	10	10	11	12	12	13	13	14	15	15
10	10	11	12	12	13	13	14	15	15	16
20	11	12	12	13	13	14	14	15	16	16
30	12	12	13	13	14	14	15	16	16	17
40	12	13	13	14	14	15	15	16	17	18
50	13	13	14	14	15	15	16	17	18	18
60	13	14	14	15	15	16	17	17	18	19
70	14	15	15	16	16	17	17	18	19	19
80	15	15	16	16	17	18	18	19	19	20
90	15	16	16	17	18	18	19	19	20	21
3. 0	16	17	17	18	18	19	20	20	21	22
10	17	17	18	18	19	20	20	21	22	22
20	18	18	18	19	20	20	21	22	22	23
30	18	19	19	20	20	21	22	23	23	24
40	19	20	20	21	21	22	23	23	24	25
50	20	21	21	22	22	23	23	24	25	26
60	21	22	22	23	23	24	24	25	26	27
70	22	22	23	24	24	25	25	26	27	27
80	23	23	24	24	25	26	26	27	28	28
90	24	24	25	25	26	27	27	28	29	29
4. 0	25	25	26	26	27	27	28	29	30	30

Suite de la TROISIÈME TABLE,

Pour réduire les Angles inclinés à l'horizon.

	d. m. 3 0	d. m. 3 10.	d. m. 3. 20.	d. m. 3. 30.	d. m. 3. 40.	d. m. 3. 50.	d. m. 3. 60.	d. m. 3. 70.	d. m. 3. 80.	d. m. 3. 90.	d. m. 4. 0.
10'	1.0011	1.0012	1.0013	1.0013	1.0014	1.0015	1.0016	1.0017	1.0018	1.0019	1.0020
20	11	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20
30	11	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20
40	11	12	13	14	15	15	16	17	18	19	20
50	11	12	13	14	15	15	16	17	18	19	20
60	12	12	13	14	15	16	16	17	18	19	20
70	12	13	13	14	15	16	17	18	18	19	20
80	12	13	13	14	15	16	17	18	19	20	21
90	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20	21
1° 0	12	13	14	15	15	16	17	18	19	20	21
10	13	13	14	15	16	17	18	18	19	20	21
20	13	14	14	15	16	17	18	19	20	21	21
30	13	14	15	16	16	17	18	19	20	21	22
40	14	14	15	16	17	18	18	19	20	21	22
50	14	15	15	16	17	18	18	19	20	21	22
60	14	15	16	17	18	18	19	20	21	22	23
70	15	15	16	17	18	19	20	21	21	22	23
80	15	16	17	17	18	19	20	21	22	23	24
90	16	16	17	18	19	20	21	22	22	23	24
2. 0	16	17	18	18	19	20	21	22	23	24	25
10	17	17	18	18	19	20	21	22	23	24	25
20	17	18	18	19	20	21	22	23	24	25	26
30	18	18	19	20	21	22	23	24	24	25	26
40	18	19	20	20	21	22	23	24	25	26	27
50	19	20	20	21	22	23	24	25	26	27	27
60	20	20	21	22	23	23	24	25	26	27	28
70	20	21	22	23	23	24	25	26	27	28	29
80	21	22	22	23	24	25	26	27	28	29	30
60	22	22	23	24	25	26	27	27	28	29	30
3. 0	22	23	24	24	25	26	27	28	29	30	31
10	23	24	25	26	26	27	28	29	30	31	32
20	24	25	25	26	27	28	29	30	31	31	32
30	24	26	26	27	28	29	30	30	31	32	33
40	25	26	27	28	29	29	30	31	32	33	34
50	26	27	28	29	29	30	31	32	33	34	35
60	27	28	29	30	30	31	32	33	34	35	36
70	28	29	30	30	31	32	33	34	35	36	37
80	29	30	31	31	32	33	34	35	35	37	38
90	30	31	31	32	33	34	35	36	37	38	39
4. 0	31	32	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Digitized by Google

TABLE pour comparer les anciennes Mesures linéaires aux nouvelles.

NOMBRES.	VALEURS DES				VALEURS EN DÉCAMÈTRES DE LA PERCHE DE							
	lignes en doigts.	pouces en palmes.	pieds en mètres.	toises en mètres.	17 pieds 5 pouces.	18 pieds.	18 pieds 4 pouces.	20 pieds.	20 pieds 2 pouces.	21 pieds 8 pouces.	22 pieds.	24 pieds.
1	0.225583	0.2706995	0.32483938	1.949036	0.565762	6.584711	0.595539	0.649679	0.655093	0.703819	0 714647	0.779615
2	0.451166	0.5413990	0.6496788	3.898072	1.131524	1.169422	1.191078	1.299358	1.310186	1.407638	1.429294	1.559230
3	0.676749	0.8120985	0.9745181	5.847108	1.697286	1.754133	1.786617	1.949037	1.965279	2.111457	2.143941	2.338845
4	0.902332	1.0827980	1.299358	7.796144	2.263048	2.338844	2.382156	2.598716	2.620372	2.815276	2.858588	3.118460
5	1.127915	1.3534975	1.6241969	9.745180	2.828810	2.923555	2.977695	3.248395	3.275465	3.519095	3.573235	3.898075
6	1.353498	1.6241970	1.9490361	11.694216	3.394572	3.508266	3.573234	3.898074	3.930558	4.222914	4.287882	4.677690
7	1.579081	1.8948965	2.2738757	13.643252	3.960334	4.092977	4.168773	4.547753	4.585651	4.926733	5.002529	5.457305
8	1.804664	2.1655960	2.5987150	15.592288	4.526096	4.677688	4.764312	5.197432	5.240744	5.630552	5.717176	6.236920
9	2.030247	2.4362955	2.9235544	17.541324	5.091858	5.262399	5.359851	5.847111	5.895837	6.334371	6.431823	7.016535

TABLE pour comparer les anciennes Mesures agraires aux nouvelles.

NOMBRES.	VALEURS EN MÈTRES CARRÉS DES				VALEURS EN DÉCAMÈTRES CARRÉS DE LA PERCHE CARRÉE DE							
	lignes carrées.	pouces carrés.	pieds carrés.	toises carrées.	17 pieds 5 pouces.	18 pieds.	18 pieds 4 pouces.	20 pieds.	20 pieds 2 pouces.	21 pieds 8 pouces.	22 pieds.	24 pieds.
1	0.0000051	0.0007328	0.1055206	3.798742	0.3200865	0.3418868	0.3546664	0.4220825	0.4291468	0.4953344	0.5107198	0.6077988
2	0.0000102	0.0014656	0.211041	7.597485	0.6401730	0.6837736	0.7093328	0.8441650	0.8582936	0.9906688	1.0214396	1.2155976
3	0.0000153	0.0021983	0.316562	11.39623	0.9602595	1.0256604	1.0639992	1.2662475	1.2874404	1.4860032	1.5321594	1.8233964
4	0.0000204	0.0029311	0.422082	15.19497	1.2803460	1.3675472	1.4186656	1.6883300	1.7165872	1.9813376	2.0428792	2.4311952
5	0.0000254	0.003670	0.527603	18.99371	1.6004325	1.7094340	1.7733320	2.1104125	2.1457340	2.4766720	2.5535990	3.0389940
6	0.0000305	0.004397	0.633124	22.79245	1.9205190	2.0513208	2.1279984	2.5324950	2.5748808	2.9720064	3.0643188	3.6467928
7	0.0000356	0.005129	0.738644	26.59120	2.2406055	2.3932076	2.4826648	2.9545775	3.0040276	3.4673408	3.5750386	4.2545916
8	0.0000407	0.005862	0.844165	30.38994	2.5606920	2.7350944	2.8373312	3.3766600	3.4331744	3.9626752	4.0857584	4.8623904
9	0.0000458	0.006595	0.949686	34.18868	2.8807785	3.0769812	3.1919976	3.7987425	3.8623212	4.4580096	4.5964782	5.4701892

TABLE pour convertir la division sexagésimale du quart de cercle en division décimale.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Degrés. 0	0.0000,0	1.1111,1	2.2222,2	3.3333,3	4.4444,4	5.5555,6	6.6666,7	7.7777,8	8.8888,9	10.0000,0
1	11.1111,1	12.2222,2	13.3333,3	14.4444,4	15.5555,6	16.6666,7	17.7777,8	18.8888,9	20.0000,0	21.1111,0
2	22.2222,2	23.3333,3	24.4444,4	25.5555,6	26.6666,7	27.7777,8	28.8888,9	30.0000,0	31.1111,1	32.2222,2
3	33.3333,3	34.4444,4	35.5555,6	36.6666,7	37.7777,8	38.8888,9	40.0000,0	41.1111,1	42.2222,2	43.3333,3
4	44.4444,4	45.5555,6	46.6666,7	47.7777,8	48.8888,9	50.0000,0	51.1111,1	52.2222,2	53.3333,3	54.4444,4
5	55.5555,6	56.6666,7	57.7777,8	58.8888,9	60.0000,0	61.1111,1	62.2222,2	63.3333,3	64.4444,4	65.5555,6
6	66.6666,7	67.7777,8	68.8888,9	70.0000,0	71.1111,1	72.2222,2	73.3333,3	74.4444,4	75.5555,6	76.6666,7
7	77.7777,8	78.8888,9	80.0000,0	81.1111,1	82.2222,2	83.3333,3	84.4444,4	85.5555,6	86.6666,7	87.7777,8
8	88.8888,9	90.0000,0	91.1111,1	92.2222,2	93.3333,3	94.4444,4	95.5555,6	96.6666,7	97.7777,8	98.8888,9
Minutes. 0	0000,0	0185,2	0370,4	0555,6	0740,7	0925,9	1111,1	1296,3	1481,5	1666,7
1	1851,9	2037,0	2222,2	2407,4	2592,6	2777,8	2963,0	3148,1	3333,3	3518,5
2	3703,7	3888,9	4074,1	4259,3	4444,4	4629,6	4814,8	5000,0	5185,2	5370,4
3	5555,6	5740,7	5925,9	6111,1	6296,3	6481,5	6666,7	6851,9	7037,0	7222,2
4	7407,4	7592,6	7777,8	7963,0	8148,1	8333,3	8518,5	8703,7	8888,9	9074,1
5	9259,3	9444,4	9629,6	9814,8	1.0000,0	1.0185,2	1.0370,4	1.0555,6	1.0740,7	1.0925,9
Secondes. 0	00,0	03,1	06,2	09,3	12,3	15,4	18,5	21,6	24,7	27,8
1	30,9	34,0	37,0	40,1	43,2	46,3	49,4	52,5	55,6	58,6
2	61,7	64,8	67,9	71,0	74,1	77,2	80,2	83,3	86,4	89,5
3	92,6	95,7	98,8	101,9	104,9	108,0	111,1	114,2	117,3	120,4
4	123,5	126,5	129,6	132,7	135,8	138,9	142,0	145,1	148,1	151,2
5	154,3	154,7	160,5	163,6	166,7	169,8	172,8	175,9	179,0	182,1

TABLE pour convertir la division décimale du quart de cercle en division sexagésimale.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Degrés. 0	0°00′	0°54′	1°48′	2°42′	3°36′	4°30′	5°24′	6°18′	7°12′	8°06′
1	9.00	9.54	10.48	11.42	12.36	13.30	14.24	15.18	16.12	17.06
2	18.00	18.54	19.48	20.42	21.36	22.30	23.24	24.18	25.12	26.06
3	27.00	27.54	28.48	29.42	30.36	31.30	32.24	33.18	34.12	35.06
4	36.06	36.54	37.48	38.42	39.36	40.30	41.24	42.18	43.12	44.06
5	45.00	45.54	46.48	47.42	48.36	49.30	50.24	51.18	52.12	53.06
6	54.00	54.54	55.48	56.42	57.36	58.30	59.24	60.18	61.12	62.06
7	63.00	63.54	64.48	65.42	66.36	67.30	68.24	69.18	70 12	71.06
8	72.00	72.54	73.48	74.42	75.36	76.30	77.24	78.18	79.12	80.06
9	81.00	81.54	82.48	83.42	84.36	85.30	86.24	87.18	88.12	89.06
Minutes. 0	0′00″0	0′32″4	1′04″8	1′37″2	2′09″6	2′42″0	3′14″4	3′46″8	4′19″2	4′51″6
1	5,24,0	5.56,4	6.28,8	7.01,2	7.33,6	8.06,0	8.38,4	9.10,8	9.43,2	10.15,6
2	10.48,0	11.20,4	11.52,8	12.25,2	12.57,6	13.30,0	14.02,4	14.34,8	15.07,2	15.39,6
3	16.12,0	16.44,4	17.16,8	17.49,2	18.21,6	18.54,0	19.26,4	19.58,8	20.31,2	21.03,6
4	21.36,0	22.08,4	22.40,8	23.13,2	23.45,6	24.18,0	24.50,4	25.22,8	25.55,2	26.27,6
5	27.00,0	27.32,4	28.04,8	28.37,2	29.09,6	29.42,0	30.14,4	30.46,8	31.19,2	31.51,6
6	32.24,0	32.56,4	33.28,8	34.01,2	34.33,6	35.06,0	35.38,4	36.10,8	36.43,2	37.15,6
7	37.48,0	38.20,4	38.52,8	39.25,2	39.57,6	40.30,0	41.02,4	41.34,8	42.07,2	42.39,6
8	43.12,0	43.44,4	44.16,8	44.49,2	45.21,6	45.54,0	46.26,4	46.58,8	47.31,2	48.03,6
9	48.36,0	49.08,4	49.40,8	50.13,2	50.45,6	51.18,0	51.50,4	52 22,8	52.55,2	53.27,6
Secondes. 0	0″000	0″324	0″648	0″972	1″296	1″620	2″944	2″268	2″592	2″916
1	3,240	3,564	3,888	4,212	4,536	4,860	5,184	5,508	5,832	6,156
2	6,480	6,804	6,128	7,452	7,776	8,100	8,424	8,748	9,072	9,396
3	9,720	10,044	10,368	10,692	11,016	11,340	11,664	11,988	12,312	12,636
4	12,960	13,284	13,608	13,932	14,256	14,580	14,904	15,228	15,552	15,876
5	16,200	16,524	17,848	17,172	17,496	17,820	18,144	18,468	18,792	19,116
6	19,440	19,764	20,088	20,412	20,736	21,060	21,384	21,708	22,032	22,356
7	22,680	23,004	23,328	23,652	23,976	24,300	24,624	24,948	25,272	26,596
8	25,920	26,244	26,568	26,892	27,216	27,540	27,864	28,188	28,512	28,836
9	29,160	29,484	20,808	30,132	30,456	30,780	31,104	31,428	31,752	32,076

Note à ajouter à la suite du n° 41, page 181.

Remarque. Dans la formule du n° 41 on fait entrer les côtés b, c qui comprennent l'angle connu A. En calculant un réseau de triangles il arrive assez souvent que ces côtés ne sont connus que par leurs logarithmes; dans ce cas on peut se dispenser de chercher les deux nombres correspondans pour les faire entrer dans la proportion dont le quatrième terme

$$\text{tang}\left(\frac{C-B}{2}\right) = \text{Cot}\,\tfrac{1}{2}A,\ \text{tang}\,(x-50^\circ).$$

Dans le second membre de cette équation, la quantité x est inconnue, mais on la trouvera par la proportion $b : c :: R : \text{tang}\,x$; et parcequ'on suppose le rayon $= 1$, on a $\text{tang}\,x = \frac{c}{b}$, d'ailleurs c étant plus grand que b, on a aussi $x > 50^\circ$.

Pour se rendre raison de l'expression ci-dessus, il faut se rappeler le développement des formules trigonométriques; elle est fondée sur cette équation bien connue :

$$\text{tang}\,(x-50^\circ) = \frac{R^2.\ \text{tang}\,(x-50^\circ)}{R^2 + \text{tang}\,x.\ \text{tang}\,50^\circ};$$

mais $\text{tang}\,x = \frac{c}{b}$ et $\text{tang}\,50^\circ = R$, donc

$$\text{tang}\,(x-50^\circ) = \frac{\frac{c}{b}-1}{1+\frac{c}{b}} = \frac{c-b}{b+c}$$

En mettant $\cot\frac{1}{2}A$ à la place de son égal $\text{tang}\,\frac{1}{2}(C+B)$ dans la proportion du n° 41, on tire $\text{tang}\,\frac{1}{2}(C-B) = \frac{c-b}{b+c}\cot\frac{1}{2}A$; d'où

$$\frac{c-b}{b+c} = \frac{\text{tang}\,\frac{1}{2}(C-B)}{\cot\frac{1}{2}A};$$

donc

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(C-B) = \cot\tfrac{1}{2}A\,(\text{tang}\,x - 50^\circ).$$

Appliquons cette formule à l'exemple du numéro 41, où le log. $c = 3.4126285$ et le log. $b = 3.3718065$.

Pour avoir x on a

log. c = 3.4126285
Comp. Arith. log. b = 6.6281935
log. tang $(x-50°)$ = 0.0408220 = 52°.98′.75″. — 50° = 2°98′75″;

mettant cette valeur dans notre équation et supposant toujours $\frac{C+B}{2} = 76°.42'\frac{1}{2}$, il viendra tang $\frac{1}{2}(C-B)$ = tang 76°.42′.50″ × tang 2°.98′.75″, et par logarithmes.

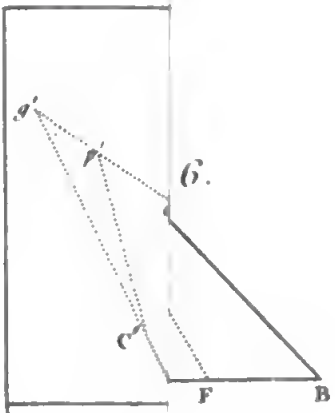
L. T. 76°.42′. $\frac{1}{2}$ = 0.4109155
L. T. 2°.98′.75″ = 8.6717468

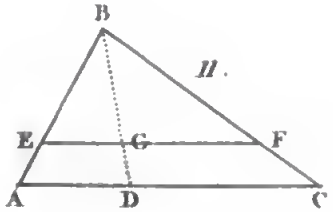
L. T. $\frac{(C-B)}{2}$ = 9.0826623 = 7°.66.40″ comme au n° 41.

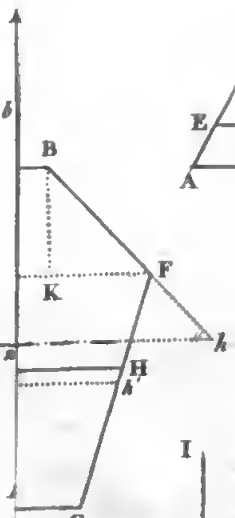
Errata de l'Appendice.

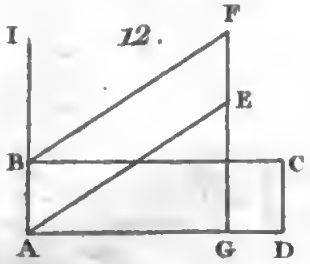
Pag.	159	lig. 2,	z,	*lisez* z'.
	163	16,	K	k.
	Ibid.	18,	KK',	kk'.
	165	11,	K,	k.
	Ibid.	12,	K,	k.
	166	19,	c,	C.
	172	2,	J,	I.
	174	5,	$ABCD$,	$A'D'CB'$.

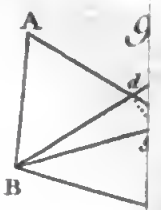
609408

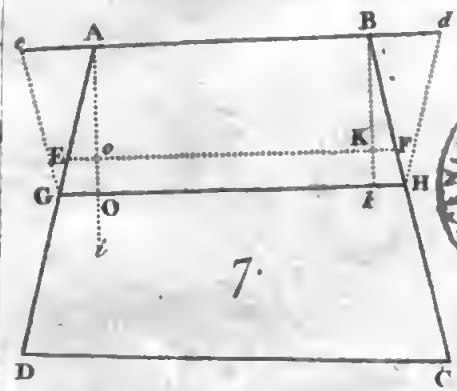




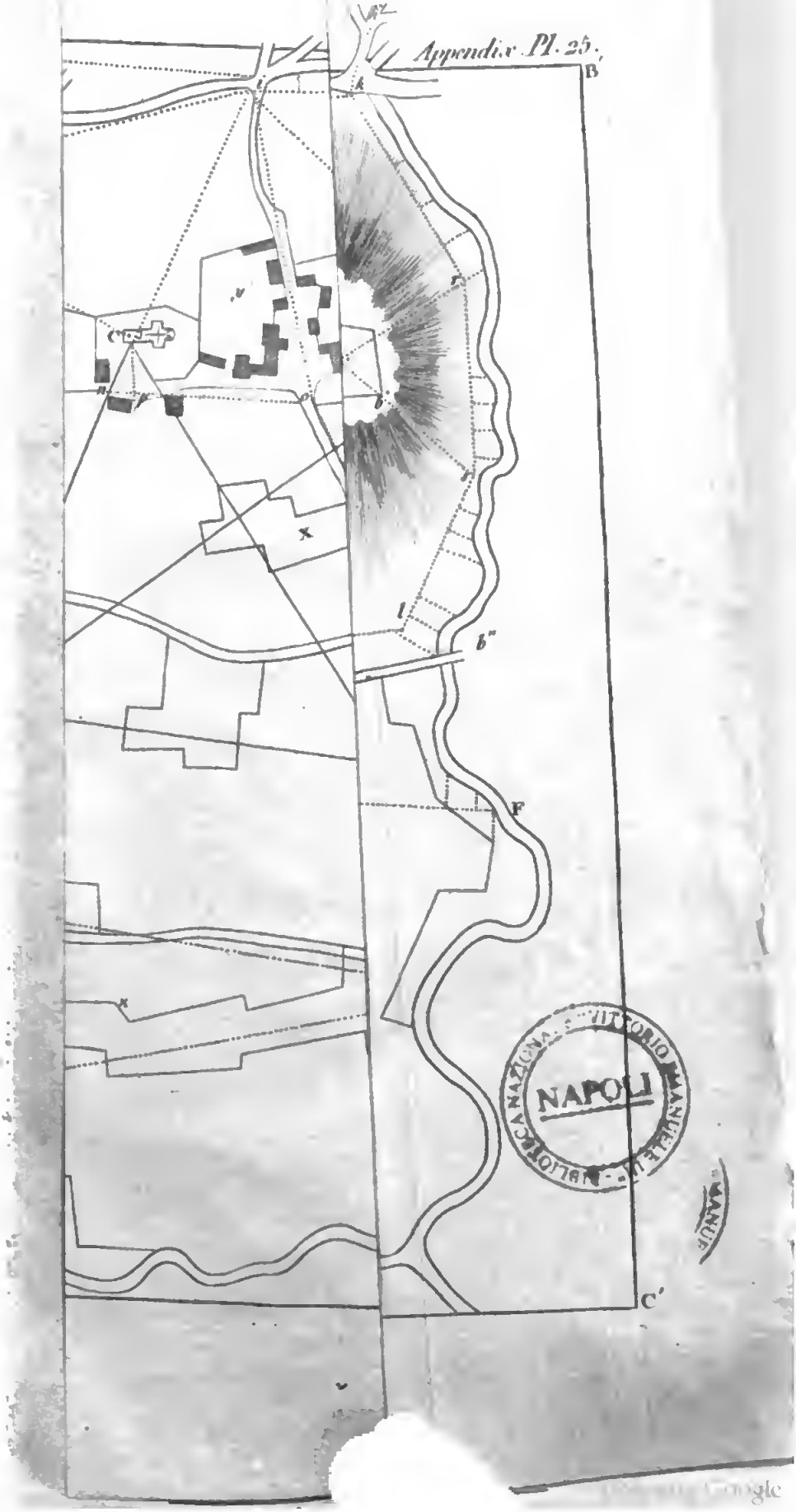








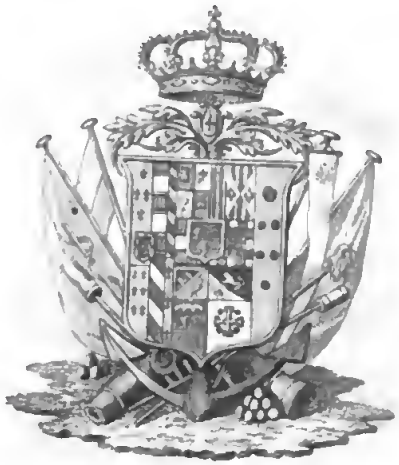
BIBLIOTECA NAZIONALE · STORIA PATRIA · NAPOLI


Appendix Pl. 25.
B
C'
F
NAPOLI

LIMA

REALE OFFICIO TOPOGRAFICO

9 Armadio.



Scansia Lettera G

N.° 2